

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 18.09.2023 11:08:57  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## АКТУАРНАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки  
09.04.03 Прикладная информатика

Профиль подготовки  
Прикладная информатика в аналитической экономике

Для студентов I курса магистратуры  
Очная форма обучения

Составитель: к.ф.-м.н. доцент  
Сидорова О.И.

Тверь 2023

## **Аннотация**

### **1. Актуарная математика**

Рабочая программа по курсу «Актуарная математика» разработана в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования и полностью соответствует учебному плану подготовки бакалавров по направлению 09.04.03. Прикладная информатика.

Курс «Актуарная математика» рассчитан на студентов первого года обучения магистратуры по программе специализированной подготовки магистров «Прикладная информатика в аналитической экономике» факультета Прикладной математики и кибернетики.

Материал учебной дисциплины посвящен основам теории страхования. В курсе излагаются основные подходы к количественному анализу и оценке рисков, методы проведения актуарных расчетов. Рассматриваются классические модели перераспределения риска, а также рыночной деятельности страховых компаний.

#### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями дисциплины является ознакомление студентов с основными математическими моделями, используемыми в теории страхования и освоение ими методов актуарных расчетов.

Задачи дисциплины:

- изложение основ математической теории страхования в терминах теории вероятностей;
- рассмотрение методик расчёта параметров схем страхования: рискованной премии, рискованной надбавки, брутто-премии;
- рассмотрение методов и инструментов управления рисками: франшиза, перестрахование;
- рассмотрение методов оптимизации схем страхования;
- развитие практических навыков решения актуарных задач.

#### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Курс «Актуарная математика» относится к разделу «Профессиональный» части, формируемой участниками образовательных отношений, из блока 1 учебного плана.

Для успешного усвоения курса обязательно требуются знания математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, экономической теории.

Знания и навыки, полученные в рамках данной дисциплины, полезны при осуществлении научно-исследовательской и проектно-технологической работы, а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

**3. Объем дисциплины:** 6 зачетных единиц, 216 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** практические занятия 45 часов, в т.ч. практическая подготовка 45 часов;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы --, в том числе курсовая работа --;

**самостоятельная работа:** 171 часов, в том числе контроль 36.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p>ПК-1 Способен использовать и развивать методы научных исследований и инструментарий в области проектирования и управления информационными системами в экономике</p>	<p>ПК-1.1 Выявляет и формализует требования к информационным системам конкретного назначения, обеспечивающим информатизацию экономических процессов организаций и предприятий различного уровня            ПК-1.2 Проводит формальную постановку прикладных задач макро и микроэкономики и задач разработки прикладного алгоритмического обеспечения информационных систем в экономике            ПК-1.3 Предлагает и реализует метод решения задач в области проектирования и управления информационными системами в экономике            ПК-1.4 Осуществляет аттестацию результатов научных исследований с использованием математического моделирования исследуемых задач</p>
<p>ПК-3 Способен адаптировать и развивать современные методы и инструментальные средства прикладной информатики для автоматизации и информатизации решения прикладных задач различных классов и создания ИС</p>	<p>ПК-3.1 Проводит декомпозицию процесса автоматизации и информатизации прикладной задачи            ПК-3.2 Решает отдельные подзадачи декомпозированного процесса автоматизации и информатизации            ПК-3.3 Проектирует архитектуру программного обеспечения прикладной ИС</p>

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения – 3 семестр, экзамен.**

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоя тельной работы (в том числе курсовая работа)	Самостоя тельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия			
		всего	в т.ч. прак- тичес- кая подго- товка	всего	в т.ч. прак- тичес- кая подго- товка		
<b>Экономические основы страхования.</b>	12	-	-	2	2	--	10
<b>Страхование и теория полезности.</b> ○ Функция полезности, свойства, аналитические модели, эмпирическая оценка. ○ Выполнимый страховой полис. ○ Применение принципа средней полезности к актуарным расчетам ○ Применение принципа среднего значения к актуарным расчетам.	25	-	-	5	5	--	20
<b>Модель индивидуального риска для краткосрочного периода.</b> ○ Классификация моделей страхования ○ Модели распределений для величины индивидуального иска. ○ Модель суммарного иска.	27	-	-	7	7	--	20

<p><b>Перестрахование.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Смысл, основные понятия, параметры, модели.</li> <li>○ Пропорциональное перестрахование.</li> <li>○ Пороговое перестрахование.</li> </ul>	22	-	-	2	2	--	20
<p><b>Финансовые ренты</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Основные вопросы теории процентов: простые, сложные, непрерывные проценты.</li> <li>○ Аннуитеты: определение, виды, параметры.</li> </ul>	28	-	-	8	8	--	20
<p><b>Вероятностные характеристики и законы продолжительности жизни.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Полное и остаточное время жизни.</li> <li>○ Функция дожития, интенсивность смертности, условные вероятности дожития.</li> <li>○ Таблицы продолжительности жизни.</li> <li>○ Аналитические модели для распределения продолжительности жизни.</li> </ul>	28	-	-	8	8	--	20
<p><b>Модели страхования жизни.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Страховые выплаты в момент смерти: страхование с пороговыми выплатами, страхование с обеспеченными выплатами, отсроченное страхование и др.</li> <li>○ Страхование с выплатой в конце года смерти.</li> <li>○ Связи между различными видами страхования.</li> <li>○ Методы расчета.</li> </ul>	24	-	-	4	4	--	20

<b>Модель коллективного риска.</b> ○ Примеры распределений для описания величины индивидуального иска и числа исков. ○ Изучение свойств некоторых стандартных моделей. ○ Аппроксимации.	26	-	-	5	5	--	21
<b>Динамическая модель коллективного риска.</b> ○ Основные понятия: остаточный процент, момент и вероятность разорения. ○ Процесс числа исков: способы описания, примеры, свойства. ○ Коэффициент приспособленности. Примеры. ○ Оценка вероятности разорения.	24	-	-	4	4	--	20
<b>ИТОГО</b>	<b>126</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>45</b>	<b>45</b>	<b>--</b>	<b>171</b>

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Экономические основы страхования.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Страхование и теория полезности.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Модель индивидуального риска для краткосрочного периода.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Перестрахование.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Финансовые ренты	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Вероятностные характеристики и законы описания продолжительности жизни	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Модели страхования жизни.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Модель коллективного риска.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала
Динамическая модель коллективного риска.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: интерактивные лекции, практические занятия в диалоговом режиме, выполнение индивидуальных заданий в рамках самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов организуется в форме решения стандартных заданий и заданий повышенной сложности по предложенным тематикам, а также выполнении расчетных или курсовых работ, письменных домашних заданий.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

Для проведения текущей и промежуточной аттестации:

#### **ПК-1 Способен использовать и развивать методы научных исследований и инструментарий в области проектирования и управления информационными системами в экономике**

ПК-1.1 Выявляет и формализует требования к информационным системам конкретного назначения, обеспечивающим информатизацию экономических процессов организаций и предприятий различного уровня

Форма аттестации: ответ по темам курса (экзамен)

Способ аттестации: устный или письменный

Критерии оценки:

- *ответ целостный, верный, теоретически обоснованный. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты. Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 30 баллов;*
- *теоретическая аргументация неполная или смысл ключевых понятий не объяснен – 20 баллов;*
- *допущены ошибки, приведшие к искажению смысла. терминологический аппарат раскрыт – 10 баллов;*

- допущены ошибки, свидетельствующие о непонимании темы. Терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов;
- верно решены задачи, иллюстрирующая знание курса – 10 баллов;
- при решении задач, допущены арифметические ошибки – 5 баллов;
- при решении задач, допущены логические ошибки – 3 балла;
- решение задач неверно или отсутствует – 0 баллов.

ПК-1.2 Проводит формальную постановку прикладных задач макро и микроэкономики и задач разработки прикладного алгоритмического обеспечения информационных систем в экономике

Форма аттестации: решение задач по темам курса (модуль):

1. производящие функции и их применение;
2. оценка характеристик безубыточной деятельности страховой компании.

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- решение полно и верно – 3 балла;
- решение верное, но недостаточно обоснованное или допущена арифметическая ошибка – 2 балла;
- в решении допущена логическая ошибка – 1 балл;
- решение отсутствует или неверно – 0 баллов.

ПК-1.3 Предлагает и реализует метод решения задач в области проектирования и управления информационными системами в экономике

Форма аттестации: решение задач по темам курса (модуль):

1. перестрахование.
2. оценка числовых характеристик сложных распределений.

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- решение полно и верно – 3 балла;
- решение верное, но недостаточно обоснованное или допущена арифметическая ошибка – 2 балла;
- в решении допущена логическая ошибка – 1 балл;
- решение отсутствует или неверно – 0 баллов.

ПК-1.4 Осуществляет аттестацию результатов научных исследований с использованием математического моделирования исследуемых задач



Форма аттестации: решение задач по темам курса (модуль):

1. вероятностные характеристики продолжительности жизни;
2. контракты страхования жизни.

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- решение полно и верно – 3 балла;
- решение верное, но недостаточно обоснованное или допущена арифметическая ошибка – 2 балла;
- в решении допущена логическая ошибка – 1 балл;
- решение отсутствует или неверно – 0 баллов.

**ПК-3 Способен адаптировать и развивать современные методы и инструментальные средства прикладной информатики для автоматизации и информатизации решения прикладных задач различных классов и создания ИС**

ПК-3.1 Проводит декомпозицию процесса автоматизации и информатизации прикладной задачи

Форма аттестации: ответ на вопросы по теоретическим основам оценки страхового контракта с помощью функции полезности

- свойства функции полезности;
- классы функций полезности;
- оценка функции полезности;
- оценки верхней и нижней границ для цен страховых полисов на основе функции полезности: точный и приближённый методы;
- частичное возмещение потерь.

ПК-3.2 Решает отдельные подзадачи декомпозированного процесса автоматизации и информатизации

Форма аттестации: выполнение расчетной работы по применению функции полезности в задачах страхования

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- все расчеты произведены верно, выводы обоснованы и правильно аргументированы – 20 баллов;
- все расчеты произведены верно, выводы обоснованы, но в ответе присутствуют ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании некоторых разделов курса – 15 баллов;
- расчеты верны, но аргументация неполна или частично неверна – 10 баллов;

- верно решена только часть заданий, аргументация отсутствует – 5 баллов;
- решения не верны или отсутствуют – 0 баллов.

ПК-3.3 Проектирует архитектуру программного обеспечения прикладной ИС

Форма аттестации: выполнение расчетной работы по методам оценки сложного распределения Пуассона

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- все расчеты произведены верно, выводы обоснованы и правильно аргументированы – 20 баллов;
- все расчеты произведены верно, выводы обоснованы, но в ответе присутствуют ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании некоторых разделов курса – 15 баллов;
- расчеты верны, но аргументация неполна или частично неверна – 10 баллов;
- верно решена только часть заданий, аргументация отсутствует – 5 баллов;
- решения не верны или отсутствуют – 0 баллов.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **1) Рекомендуемая литература**

а) основная литература:

1. Актуарные расчеты в страховании жизни и пенсионном страховании [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.В. Звездина; Л.В. Иванова; М.А. Скорик; Т.А. Егорова. - Москва: Евразийский открытый институт, 2012. - 488 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10598.html>.
2. Иванова Наталья Леонидовна. Методы и модели актуарной математики [Электронный ресурс]: учебное пособие] / Н.Л. Иванова, Ю. С. Хохлов; ГОУ ВПО "Твер. гос. ун-т". - Тверь : Тверской государственный университет, 2009. - 99 с. : ил. - Библиогр.: с. 96 (8 назв.). - Предм. указ.: с. 97-99. – Режим доступа: <http://texts.lib.tversu.ru/texts2/02149ucheb.pdf>.

б) дополнительная литература:

1. Фалин А.И. Актуарная математика в задачах [Электронный ресурс] / А.И. Фалин, Г.И. Фалин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2003. - 192 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83041>.
2. Никулина Надежда Николаевна. Актуарные расчеты в страховании [Электронный ресурс] : учебно-

методическое пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Финансы и кредит", "Бухгалтерский учет, анализ и аудит" / Н.Н. Никулина, Н.Д. Эриашвили. - Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. - 136 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=872408>.

3. Norberg R. Basic life insurance mathematics.  
<http://www.math.ku.dk/~mogens/lifebook.pdf>
4. Schmidly, H. Lecture Notes on Risk Theory.  
<http://www.math.ku.dk/~schmidli/rt.pdf>
5. Slud E. Actuarial Mathematics and Life-Table Statistics  
<http://www2.math.umd.edu/~slud/s470/BookChaps/01Book.pdf>

## 2) Программное обеспечение

- а)
- б) Свободно распространяемое программное обеспечение

## 3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
  2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
  3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.
- Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)  
Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

## 4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

<http://guildofactuaries.ru/> – сайт гильдии актуариев  
<http://www.actuaries.ru/community/> – портал «АКТУАРИИ: ПРОБЛЕМЫ, СОБЫТИЯ, ИНФОРМАЦИЯ»  
<http://www.actuary.org>  
<http://www.soa.org>

## VI. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

### Если зачет:

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов - 1-й модуль и 50 баллов - 2-й модуль).

Студенту, набравшему 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

### **Если экзамен:**

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

**Рубежной формой** контроля успеваемости студентов является экзамен, который проводится в устной форме:

- теоретическая часть 2 обязательных вопроса и вопросы из списка дополнительных.
- практическая часть: решение задач.

**Текущий контроль** осуществляется по заданиям, предназначенным для самостоятельного выполнения.

**Промежуточный контроль** включает 2 письменные работы и осуществляется в процессе обучения в соответствии со сроками, установленными учебным планом. По его результатам проставляются текущие баллы в учетных ведомостях, которые ведет преподаватель.

**Результирующая оценка** за семестр складывается из

- текущего рубежного контроля;
- самостоятельной работы студентов;
- экзаменационной оценки.

### **Контрольные вопросы**

1. Экономические основы страхования.

2. Основные задачи математической теории страхования и различные подходы к их решению.
3. Функция полезности, свойства, аналитические модели, эмпирическая оценка.
4. Применение принципа средней полезности к актуарным расчетам.
5. Применение принципа среднего значения к актуарным расчетам. Выполнимый страховой полис.
6. Модели распределения величины индивидуального иска для краткосрочного периода.
7. Перестрахование: смысл, основные понятия, параметры, модели.
8. Пропорциональное перестрахование. Пороговое перестрахование.
9. Модель индивидуального риска: определение, составляющие модели.
10. Задачам страховой тарификации.
11. Аппроксимации в модели индивидуального риска.
12. Основные вопросы теории процентов: простые, сложные, непрерывные проценты.
13. Аннуитеты: определение, виды, параметры.
14. Полное и остаточное время жизни. Функция дожития, интенсивность смертности, условные вероятности дожития. Таблицы продолжительности жизни.
15. Основные аналитические модели для распределения продолжительности жизни.
16. Модели страхования жизни. Страховые выплаты в момент смерти: страхование с пороговыми выплатами, страхование с обеспеченными выплатами, отсроченное страхование и др.
17. Модель коллективного риска. Примеры распределений для описания величины индивидуального иска и числа исков.
18. Аппроксимация в модели коллективного риска.
19. Динамическая модель коллективного риска: основные понятия, остаточный процент, момент и вероятность разорения.
20. Процесс числа исков: способы описания, примеры, свойства. Метод оценки вероятности разорения.

### *Вопросы для подготовки к экзамену/зачету*

#### **Основные вопросы.**

1. Экономические основы страхования.
2. Основные задачи математической теории страхования и различные подходы к их решению.
3. Функция полезности, свойства, аналитические модели, эмпирическая оценка.
4. Применение принципа средней полезности к актуарным расчетам.
5. Применение принципа среднего значения к актуарным расчетам. Выполнимый страховой полис.
6. Модели распределения величины индивидуального иска для краткосрочного периода.

7. Перестрахование. Смысл, основные понятия, параметры, модели.
8. Пропорциональное перестрахование. Пороговое перестрахование.
9. Модель индивидуального риска: определение, составляющие модели.
10. Задачам страховой тарификации.
11. Аппроксимации в модели индивидуального риска.
12. Основные вопросы теории процентов: простые, сложные, непрерывные проценты.
13. Аннуитеты: определение, виды, параметры.
14. Полное и остаточное время жизни. Функция дожития, интенсивность смертности, условные вероятности дожития. Таблицы продолжительности жизни.
15. Основные аналитические модели для распределения продолжительности жизни.
16. Модели страхования жизни. Страховые выплаты в момент смерти: страхование с пороговыми выплатами, страхование с обеспеченными выплатами, отсроченное страхование и др.
17. Модель коллективного риска. Примеры распределений для описания величины индивидуального иска и числа исков.
18. Аппроксимация в модели коллективного риска.
19. Динамическая модель коллективного риска: основные понятия, остаточный процент, момент и вероятность разорения.
20. Процесс числа исков: способы описания, примеры, свойства. Метод оценки вероятности разорения.

### *Дополнительные вопросы (знать наизусть)*

**А:** актуарная (страховая математика); аннуитет (n-летний, бессрочный, пренумерандо, постумерандо); аппроксимация (гамма, нормальная);

**Б:** брутто-премия;

**В:** величина индивидуального иска; вероятностные характеристики продолжительности жизни; вероятность (безубыточности, разорения, разорения за время  $t$ ); время жизни (остаточное, полное, ожидания, разорения);

**Д:** дисконтирующий множитель; дисконтирующий фактор;

**Е:** единичная нетто-премия;

**З:** закон двойной ставки; защитная нагрузка (абсолютная, относительная); значимые потери;

**И:** индикатор страхового случая; интенсивность смертности, иск (индивидуальный, суммарный);

**К:** компания (передающая, перестраховочная, чисто перестраховочная); константа Ляпунова; коэффициент (асимметрии, наращенного, неприятия риска);

**Л:** лицо (избегающее риска, нейтральное к риску, склонное к риску, принимающее решение);

**М:** метод (прямой, альтернативной, рекурсивной оценки сложного распределения Пуассона); механизм (перераспределения риска,

резервирования); модель (Вейбулла, Гомпертца, Мейкхама, авторегрессии, де Муавра, дожития индивидуального риска, коллективного риска, с дискретным временем); момент разорения;

**Н:** наращение; неопределенность (моральная, спекулятивная, чистая); нетто-премия;

**О:** остаток; остаточное время жизни (дробная часть, целая часть);

**П:** перестрахование (пороговое, пропорциональное); период (базовый, долгосрочный, краткосрочный, начисления, начисления процентов); полезность самостоятельного риска; полис (выполнимый, одногодичного страхования жизни); полная продолжительность жизни; порог усечения; портфель договоров (неоднородный, однородный); правило (среднего значения, стандартного отклонения); предельный возраст; предположение о дробный возрастах; премия (нагруженная, чистая); принцип (ожидаемой полезности, среднего значения, средней полезности, эквивалентности платежей); производящая функция моментов; процентные деньги; проценты (непрерывные, простые, сложные); процесс (остаточный, пуассоновский, с независимыми приращениями, сложный пуассоновский, со стационарными приращениями, суммарного иска, считающий, числа исков);

**Р:** распределение (гамма, Вейбулла, Кокса, Парето, Пуассона, Пуассоновское-Биномиальное, безусловное величины ущерба, биномиальное, величины значимого иска, логнормальное, отрицательное биномиальное, с легкими хвостами, с тяжелыми хвостами, сложное Пуассона, суммарного иска, считающее, частотное, экспоненциальное); распределение смертности внутри года (с постоянной интенсивностью, равномерное); рекуррентные соотношения, рекурсивное правило Пэнджера; риск;

**С:** свойство просеивания; сила роста процентов; смесь показательных распределений; современная стоимость, актуарная, единичной выплаты); сострахование; ставка процентов (номинальная, эффективная); страхование (прямое, с переменными выплатами, с ежегодно возрастающими выплатами, с  $m$  раз в год возрастающими выплатами, полное); страхование жизни  $n$ -летнее (с дискретным временем, с непрерывным временем); страхование жизни отсроченное (с дискретным временем, с непрерывным временем); страхование жизни полное; страхователь; страховщик;

**Т:** таблицы продолжительности жизни;

**У:** уровень удержания; условие Балдуччи; уступка; ущерб (глобальный, индивидуальный);

**Ф:** формула свертки; функция (выплат, дожития); функция полезности (дробно-степенная, квадратичная, логарифмическая, экспоненциальная)

### *Типовые задачи на рубежный контроль*

#### **I.**

1. Рассматривается ситуация с точки зрения страхователя (т.е. обсуждается вопрос, за какую максимальную сумму  $G$  он согласен купить страховой полис). Полис предлагает страхование 25% от суммы возможных потерь.

Вероятность того, что потерь не будет, равна 0.7. Случайные значимые потери имеют показательное распределение с параметром  $\lambda=0,5$ . Функция полезности рассматриваемого лица – квадратичная. Найти ожидаемую величину застрахованных потерь и величину  $G$ .

2. Рассматривается портфель договоров, состоящий из  $n_k, k=1, \dots, 5$  договоров различных типов. Задана относительная защитная нагрузка  $\theta_k$ . Вероятность наступления страхового случая равна  $q_k, k=1, \dots, 5$  для договоров различных типов. Заданы условные распределения (при условии, что страховой случай произошел) величины возможных потерь (равномерные на отрезке  $[a_k, b_k]$ ). Сравнить убыточность по портфелям.

3. Компания по страхованию жизни застраховала на 1 год  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_5$  человек. Условия страхования собраны в таблице:

Выплата $b_k$	Застраховано $n_k$	Вероятность страхового случая $q_k$	Относительная защитная нагрузка $\theta_k$
10 000	10 000	0.02	0.13
20 000	5 500	0.01	0.14
30 000	3 500	0.015	0.16
50 000	2 500	0.02	0.15
100 000	1 500	0.01	0.2

Предполагается, что иски поступают независимо. Эта компания страхуется в перестраховочной компании, которая берет за свои услуги свои средние выплаты плюс процент  $\theta_p$  от них. Устанавливается уровень удержания, равный 30 000. Под безубыточностью будем понимать ситуацию, когда сумма выплат и затрат на услуги перестрахования меньше суммы собранных премий. Определить вероятность безубыточности, соответствующую заданному уровню удержания.

## II.

1. Полное время жизни имеет распределение, заданное функцией распределения вида

$$F(x) = \frac{x^\alpha}{\omega^{\alpha+1}} ((\alpha + 1)\omega - \alpha x), \quad \alpha = 3, \quad \omega = 100.$$

Найти плотность остаточного времени жизни.

2. Распределение полного времени жизни задано функцией дожития

$$s(x) = \frac{\omega - x}{\omega}, \quad x \in [0, \omega], \quad \omega = 80.$$



Рассматривается контракт полного, отсроченного на 5 лет страхования жизни для лица возраста  $x = 50$ , выплата равна 3000 ед. Задана сила роста процентов (0.045).

Сколько таких контрактов нужно заключить, чтобы обеспечить вероятность безубыточности  $P=0.97$  при заданной величине защитной нагрузки  $\square=0.15$ ?

3. Женщина в возрасте  $x=40$  лет страхуется на  $n=6$  лет на условиях  $n$ -летнего страхования с выплатами 200, 100, 50, 30, 20, 10 ед. в 1-й, 2-й, и т.д. год страхования соответственно. Задана годовая ставка процентов (0.07).

Оценить вероятность безубыточности, если застраховано  $N=1000$  человек при заданной величине защитной нагрузки  $\square=0.2$  (расчеты вести по таблицам продолжительности жизни, предполагая, что дробная часть времени жизни имеет равномерное распределение).

4. Суммарный иск имеет сложное распределение Пуассона с параметром интенсивности, равным 1, где индивидуальный иск принимает значения 1, 3, 4 с вероятностями 0.4, 0.5, 0.1. Найти распределение суммарного иска, используя альтернативный метод расчета.

5. В модели коллективного риска число значимых исков задано Пуассоновской моделью с параметром  $\lambda=10$ , величина иска – Г-распределением с параметрами  $\alpha = 2.5$ ,  $\beta = 0.5$ . Найти среднее и дисперсию суммарного иска.

### ***Методические указания для выполнения расчетно-графической работы***

Расчетно-графическая работа является квалификационной работой, которая характеризует степень освоения студентом теоретического материала по изучаемой дисциплине и его способность применять, полученные знания для решения практических задач. В работе необходимо показать знания объекта исследования, экономические и математические навыки, умение использовать современную вычислительную технику, информационные технологии, умение пользоваться научной, технической, справочной, методической литературой и интернет технологиями.

Отчет по работе должен содержать постановку решаемой задачи, все требуемые для расчетов исходные данные, подробное описание всех этапов вычислений со ссылками на необходимые формулы. Если при проведении вычислений используются пакеты прикладных программ или программные средства, необходимо это указать.

### **Задание на работу**

1. Рассматривается ситуация с позиции страхователя, т.е. обсуждается вопрос о том, за какую максимальную сумму  $G$  он готов купить полис страхования на следующих условиях:

- полис предлагает страхование 30% от суммы возможных потерь;
- вероятность того, что потерь не будет равна 0,7;
- случайные значимые потери имеют показательное распределение с параметром  $\lambda=0,5$ ;
- функция полезности страхователя является квадратичной.

Найти ожидаемую величину потерь. Найти  $G$  (довести до уравнения, для решения которого нужны численные методы; решить, воспользовавшись программными средствами).

2. Рассматривается ситуация с позиции страховщика, т.е. обсуждается вопрос о том, за какую минимальную сумму  $H$  он готов продать полис страхования на следующих условиях:

- полис предлагает страхование 100% от суммы возможных потерь;
- вероятность того, что потерь не будет равна 0,65;
- случайные значимые потери имеют равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ ;
- функция полезности страховщика является экспоненциальной.

Найти ожидаемую величину потерь. Найти  $G$  (довести до уравнения, для решения которого нужны численные методы; решить, воспользовавшись программными средствами).

1. В таблице ниже приведены результаты экспертного опроса некоторого ЛПР:

$\omega$  - значение капитала ЛПР в условных единицах;  $u(\omega)$  - полезность значения  $\omega$  для ЛПР.

$\omega$	$u(\omega)$	$\omega$	$u(\omega)$
1	1.028	6	1.431
1.5	1.052	6.5	1.471
2	1.141	7	1.498
2.5	1.208	7.5	1.492
3	1.225	8	1.516
3.5	1.245	8.5	1.499
4	1.347	9	1.560
4.5	1.357	9.5	1.573
5	1.375	10	1.577
5.5	1.391	10.5	1.612

Эксперт предполагает, что функция полезности ЛПР может иметь вид  $u(\omega) = \omega^\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ . На основе этих данных провести оценку параметра  $\gamma$  данной модели. Используя полученное значение параметра определить максимальную сумму  $G$  страхователь готов заплатить за полис полного страхования от потерь, которые имеют равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ .

### **Требования к выполнению и оформлению расчетных работ.**

Работа может выполняться вручную или с использованием любого известного студенту пакета прикладных программ по статистике.

Отчет по работе должен содержать все требуемые для расчетов исходные данные, подробное описание всех этапов вычислений со ссылками на необходимые формулы.

### **Оценка за работу.**

По результатам выполнения расчетной работы проводится собеседование со студентами, в ходе которого проверяется степень владения теоретическим материалом, необходимым для выполнения работы и степень владения основными методами, применяемыми при решении задач математической статистики. Итоговая оценка выставляется с учетом результатов собеседования.

## **VII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе по данной дисциплине активных и интерактивных форм проведения занятий, в частности, компьютерные симуляции и разбор конкретных ситуаций в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах составляет не менее 29% аудиторных занятий. На внеаудиторную работу отводится до 71% всей учебной работы.

При изучении дисциплины используются следующие педагогические и образовательные технологии: технологии проблемного обучения (проблемные лекции, решение учебно-профессиональных задач на практических занятиях); интерактивные технологии (лекции-диалоги, коллективное обсуждение различных подходов к решению учебно-профессиональных задач); информационно-коммуникативные образовательные технологии (слайд-лекции, моделирование изучаемых явлений, презентация учебных материалов, облачные технологии); технологии проектного обучения (разработка и презентация научно-исследовательских проектов).

## **VII Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для материально-технического обеспечения дисциплины используются: научная библиотека, компьютерный класс с установленным требуемым программным обеспечением, аудитория, оборудованная аппаратурой для демонстрации презентаций и видеоматериалов, доступных в Интернете.

Для аудиторной работы

Учебная аудитория № 318 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.
--	--

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.	3. Объем дисциплины	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
2.	II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
3	VII Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета