

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 10.10.2023 09:45:31  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

 А.А. Голубев

«16» 08 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Дополнительные главы математического анализа

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Преподавание математики и информатики**

Для студентов 1, 2 курсов

Форма обучения очная

Составитель: 

к.ф.-м.н., доцент Граф С.Ю.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» является углубленное изучение основных базовых понятий математического анализа необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование знаний о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений;
- выработка умений и навыков решения математически формализованных задач;
- формирование теоретических знаний по математическому анализу (основные понятия, определения, теоремы и факты) необходимых для изучения последующих математических и специальных дисциплин, решения экономических и прикладных задач;
- получение необходимых навыков теоретических исследований решения практических задач, необходимых в будущей профессиональной деятельности.

### **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Дисциплина имеет логические и содержательно-методические взаимосвязи со всеми математическими и естественнонаучными дисциплинами (в частности, математическим анализом) и необходима для изучения этих дисциплин.

Для освоения дисциплины необходимы устойчивое знание школьного курса математики и наличие устойчивых навыков работы с объектами элементарной математики.

Дисциплина изучается на 1, 2 курсах (1 – 4 семестры).

**3. Объем дисциплины:** 12 зачетных единиц, 432 академических часа,  
**в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** 140 часов,

в том числе: практические занятия 140 часов, в том числе практическая подготовка 10 часов;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы 10 часов,  
в том числе курсовая работа 10 часов;

**самостоятельная работа:** 282 часа,

в том числе контроль 27 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки
ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения**  
курсовая работа (2 семестр), зачёт (2 семестр), экзамен (4 семестр).

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоя- тельной работы (в том числе курсовая работа	Самостоя- тельная работа (в т.ч. контроль)
		Лекции		Практические занятия			
		всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>	всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>		
<b>1 семестр</b>							
<b>Раздел 1. Действительные числа</b> Натуральные числа. Принцип математической индукции. Неравенство Бернулли. Бином Ньютона.	6	0	0	2	0	0	4
Грани числовых множеств. Теоремы о существовании граней. Свойства граней. Признаки граней.	6	0	0	2	0	0	4
<b>Раздел 2. Функции</b> Понятие функции. Общие свойства функций. Образ и прообраз множества при отображении. Классификация функций (инъективные, сюръективные, биективные отображения).	6	0	0	1	0	0	5

Композиция функций. Обратная функция. Условия существования обратной.							
Числовые функции. Ограниченные, монотонные, периодические, четные и нечетные функции. Неявное задание функции. Параметрическое задание функции.	6	0	0	2	0	0	4
Элементарные функции. Свойства базисных элементарных функций. Классификация элементарных функций.	6	0	0	2	0	0	4
<b>Раздел 3. Предел числовой последовательности.</b> Предел числовой последовательности. Основные свойства: Сходимость и арифметические операции. Предельный переход в неравенствах. Бесконечные пределы.	6	0	0	2	0	0	4
Сходимость монотонной ограниченной последовательности. Число “ $e$ ”. Существование монотонной подпоследовательности. Принцип Больцано –	6	0	0	2	0	0	4

Вейерштрасса. Критерий Коши.							
<b>Раздел 4.</b> <b>Непрерывность</b> <b>числовой функции.</b> Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке. Локальная ограниченность функции, имеющей предел в точке. Бесконечно малые функции. $O$ – символика. Предел и арифметические операции. Предельный переход в неравенствах. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности.	6	0	0	2	0	0	4
1-й и 2-й замечательные пределы. Другие эталонные пределы.	6	0	0	2	0	0	4
Понятие непрерывности функции в точке. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность композиции. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность функции, заданной параметрически. Понятие кривой.	6	0	0	2	0	0	4

Непрерывность и ограниченность. Теорема Вейерштрасса.	10	0	0	2	0	0	8
Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность и монотонность. Непрерывность обратной функции.	12	0	0	2	0	0	10
<b>Раздел 5.</b> <b>Дифференциальное исчисление функций одной переменной.</b> Понятие дифференцируемости функции в точке. Эквивалентные определения. Производная. Дифференциал. Геометрический смысл производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Односторонняя дифференцируемость. Дифференцируемость функции, заданной параметрически. Гладкие кривые. Дифференцируемость элементарных функций.	12	0	0	2	0	0	10
Дифференцируемость композиции. Дифференцируемость и арифметические операции.	12	0	0	2	0	0	10

Дифференцируемость обратной функции.							
Экстремум одномерной функции. Необходимые условия. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теоремы о конечных приращениях. Условия монотонности одномерной функции. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной.	12	0	0	2	0	0	10
Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталья	15	0	0	2	0	0	13
Высшие производные и дифференциалы. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Локальная формула Тейлора. Представление формулой Тейлора базисных элементарных функций.	11	0	0	3	2	0	8
	<b>144</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>110</b>
<b>2 семестр</b>							
<b>Раздел 6. Интегрирование одномерных функций.</b> Исследование и построение графиков функций	13	0	0	0	0	10	3



Понятие первообразной. Существование первообразной. Формула Ньютона-Лейбница	2	0	0	2	0	0	0
Неопределенный интеграл. Основные свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределенном интеграле.	7	0	0	4	0	0	3
Техника неопределенного интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.	7	0	0	4	0	0	3
Теоремы о среднем значении для интеграла Римана	4	0	0	2	0	0	2
Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченной функции. Основные свойства. Вычисление. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признаки сравнения. Признаки Абеля и Дирихле.	7	0	0	4	0	0	3

Интегралы с несколькими особенностями.							
Геометрические и физические приложения интеграла. Площадь криволинейной трапеции. Спрямолинейные кривые. Длина кривой.	7	0	0	5	0	0	2
<b>Раздел 7.</b> <b>Числовые ряды.</b> Понятие числового ряда. Общий член. Частные суммы. Сходимость числового ряда. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Остаток ряда. Критерий Коши. Абсолютная сходимость.	7	0	0	5	0	0	2
Ряды с положительными членами. Признаки сходимости: признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши. Признаки Куммера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак.	6	0	0	4	0	0	2
Ряды с произвольными членами. Признаки сходимости Лейбница, Абеля и Дирихле.	6	0	0	4	0	0	2

Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.	6	0	0	4	2	0	2
	<b>72</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>38</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	<b>24</b>
<b>3 семестр</b>							
<b>Раздел 8. Функциональные и степенные ряды.</b> Функциональные ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.	16	0	0	4	0	0	12
Степенные ряды. Теорема Коши - Адамара. Радиус, интервал и область сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Теорема Абеля. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.	18	0	0	6	0	0	12
Ряд Тейлора. Условия сходимости. Разложение в степенной ряд базисных	20	0	0	6	0	0	14

элементарных функций.							
<b>Раздел 10.</b> <b>Дифференциальное исчисление функций многих действительных переменных.</b> Функции многих переменных. Примеры. График. Линии уровня. Представление функции координатными функциями. Предел и непрерывность функций многих переменных. Повторные пределы. Пределы по направлению. Непрерывность по фиксированной переменной. Теорема Вейерштрасса.	18	0	0	4	0	0	14
Градиент. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Частные производные. Структура градиента. Дифференцируемость функции в случае непрерывности частных производных. Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемость и арифметические операции. Геометрический	18	0	0	6	0	0	12

смысл градиента. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению							
Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формулы для вычисления дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа.	18	0	0	8	2	0	10
	<b>108</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>74</b>
<b>4 семестр</b>							
<b>Раздел 11. Кратные интегралы.</b> Двойные интегралы. Линейность, монотонность и конечная аддитивность двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам.	40	0	0	16	0	0	24

Тройные интегралы и интегралы высшей кратности. Приложения кратных интегралов.							
<b>Раздел 12.</b> <b>Криволинейные интегралы.</b> Естественная параметризация кривой. Ориентация кривой. Понятие криволинейного интеграла 1-го рода. Вычисление сведением к определенному интегралу. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода и определенным интегралом.	34	0	0	10	0	0	24
Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Приложения криволинейных интегралов.	34	0	0	8	4	0	26
	<b>108</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>74</b>
<b>Всего</b>	<b>432</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>140</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>282</b>

### III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование

дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

### **Образовательные технологии**

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

### **Современные методы обучения**

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

## **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

### **1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации**

#### **Дифференцирование одномерных функций.**

#### **Экстремум одномерной функции**

1. Определите, будет ли функция  $f(x) = \sqrt{|x|} \cdot \sin \sqrt{|x|}$  дифференцируема в точке  $x = 0$ .
2. Найдите производную функции  $f(x) = \sin^2 2 \left( x^2 + \frac{x \cdot e^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}} \right)$ .
3. Найдите касательные функции  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ , в неподвижных точках этой функции.
4. Определите, сколько раз функция  $f(x) = (x - |x|) \cdot x^2$  дифференцируема в точке  $x = 0$ .
5. Пусть  $f(x) = x \cdot \sin \pi x$ . Докажите, что для любого числа  $M$  найдется точка  $x_0 > M$ , такая, что  $f'(x_0) = 0$ .
6. Найдите пределы  
6.1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(e^{x-1} - \sin \frac{\pi}{2} x + \frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} x)}{\ln x - x + 1}$ .  
6.2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin^2 x}{\ln(1+x) - x^2}$
7. Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функции  $f(x) = |x-1| e^{-|x-1|}$ .
8. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  на отрезке  $[2; 4]$ .
9. Найдите равнобедренный треугольник наибольшей площади, вписанный в окружность заданного радиуса

10. Докажите неравенство  $\ln x > \frac{2(x-1)}{x+1}$ ,  $x > 1$ . Приведите геометрическую иллюстрацию.
11. Найдите промежутки выпуклости и вогнутости, а также точки перегиба функции  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ .
12. Найдите вторую производную функции  $f(x) = x^3 + \arctg x$ .

### Неопределенный интеграл. Определенный интеграл.

1. Найдите интегралы.

1.1.  $\int (x-1)(2x+3)^{12} dx$

1.2.  $\int \frac{(x^2 - 2x + 2)\ln(x+1) + 2x}{x^2 - 2x + 2} dx$ .

1.3.  $\int \frac{2x^3 - 2x^2 + 4x}{(x+1)(x-1)^2(x^2+1)} dx$ .

1.4.  $\int x \cdot \sin 3x dx$

1.5.  $\int \frac{\sqrt{2+x}}{x + \sqrt[3]{2+x}} dx$ .

1.6.  $\int \frac{e^{2x+1}}{\sqrt{1+e^x}} dx$ .      1.7.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$

1.7.  $\int_{-3}^1 x \sqrt{\frac{3+x}{2}} dx$ .

1.8.  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin 2x - \cos x}{\sin x + \cos^2 x} dx$

1.9.  $\int_0^1 \left( x^3 + e^{\frac{x}{10}} - \sin \frac{\pi}{6} x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) dx$

1.10.  $\int_0^{0,5} (2x-1) \cdot e^{4x^2-4x+1} dx$

1.11.  $\int_1^e \ln 2x \cdot dx$

1.12.  $\int_{-1}^0 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$

### Несобственный интеграл. Приложения интеграла.

1. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями  $y = \sin 2x$  и  $y = \frac{4}{\pi} x$
2. Найдите длину кривой  $x = 2t^2$ ,  $y = \frac{4}{3} t^3$ ,  $t \in [0; 2]$
3. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл.

3.1.  $\int_1^{+\infty} \ln \frac{x^2+1}{x^2} dx$ .      3.2.  $\int_1^{+\infty} \frac{\cos \pi x}{\sqrt{x}} dx$ .      3.3.  $\int_0^1 \frac{\sqrt[6]{x^3+x^4}}{x} dx$ .

### Числовые ряды

1. Исследуйте на сходимость ряд.

1.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+3}$       1.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^5+3}}$       1.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n}$       1.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+3^n}$

1.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{n^2-1}{\sqrt{n^4+1}} \right)$ .      1.6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot (n!)^2}{(2n)!}$ .      1.7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \cos \frac{\pi}{2n}$ .

### Функциональные и степенные ряды



1. Исследуйте функциональную последовательность  $\{f_n\}$  на сходимость и равномерную сходимость на множестве  $A$ .

1.1.  $f_n(x) = \frac{nx}{1+n+x}$ ,  $A = [0;1]$ .    1.2.  $f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg} nx}{\sqrt{n+x}}$ ,  $A = (0; +\infty)$ .

2. Исследуйте на равномерную сходимость функциональный ряд на множестве  $A$ .

2.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1+n^4 x^2}$ ,  $A = (0; +\infty)$ .    2.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n!)}$ ,  $A = (0; +\infty)$ .

2.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\operatorname{arctg} x}{n+x^2}$ ,  $A = (-\infty; +\infty)$ .    2.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x^2} \cos nx$ ,  $A = [0; \pi]$ .

3. Найдите радиус интервал и область сходимости степенного ряда.

3.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$ .    3.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n!)} x^n$ .

4. Функцию  $f$  разложите в ряд Маклорена и найдите область сходимости этого ряда.

4.1.  $f(x) = e^{-x^2}$ .    4.2.  $f(x) = \frac{1}{1-x-x^2}$ .    4.3.  $f(x) = \ln^2(1-x)$ .

5. Найдите сумму ряда

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$ .    5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$ .

### Дифференциальное исчисление функций многих действительных переменных

1. Найдите  $\frac{\partial f(0,0,0)}{\partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = \begin{cases} z \cdot \sin \frac{1}{z} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, & z \neq 0, \\ 0, & z = 0 \end{cases}$

2. Найдите  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  и  $\frac{\partial f}{\partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = x^{x \cdot \ln yz}$

3. Найдите  $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = e^{xyz} \cdot \cos x$

4. Найдите  $df\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$  и  $d^2 f\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$  для функции

$$f(x, y, z) = z \cdot \sin xy + \frac{1}{y} \cdot \cos xz$$

5. Найдите касательную плоскость к функции  $f(x, y) = 1 + x^2 - y^2$ , параллельную плоскости  $p(x, y) = 1 - x + y$

6. Найдите точки локального экстремума функции

6.1  $f(x, y, z) = xy^2(1-x-y-z)$     6.2  $f(x, y) = \frac{2\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2}$

7. Найдите точки условного экстремума функции  $f$ , при заданных ограничениях.

7.1.  $f(x, y, z) = xy^2$ ,  $x + y = z$

7.2.  $f(x, y, z) = xy + z$ ,  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $x + y + z = 3$ .

## Двойные и тройные интегралы, их приложения

1. Найдите двойной интеграл по области  $G$ , ограниченной указанными линиями

1.1.  $\iint_G \cos(x-y) dx dy, \quad x=y, \quad x=0, \quad y=\pi$

1.2.  $\iint_G xy dx dy, \quad x=y, \quad x=1, \quad y=0$

1.3.  $\iint_G e^{2x-y} dx dy, \quad 2x=y, \quad 2x=y+1, \quad y=0, \quad y=1$

1.4.  $\iint_G \frac{2y}{x} dx dy, \quad x^2=y, \quad 2x=y, \quad x=1, \quad x=2$

2. Найдите тройной интеграл по области  $G$ , ограниченной указанными поверхностями

2.1.  $\iiint_G x dx dy dz, \quad x=0, \quad y=0, \quad z=1, \quad x+y+z=2$

2.2.  $\iiint_G \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+y^2} dx dy dz, \quad x=\frac{1}{2}, \quad y=0, \quad z=0, \quad x^2+y^2=1, \quad z=x^2+y^2$

2.3.  $\iiint_G (x^2+y^2) dx dy dz, \quad x=0, \quad z=0, \quad z=1, \quad x^2+y^2=1, \quad (x \geq 0)$

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

3.1.  $4y=x^2-4x, \quad x=y+3$

3.2.  $x=2y, \quad y=3x, \quad 3x=2-y, \quad x=4-2y$

4. Найдите объем тела ограниченного поверхностями

4.1.  $x^2+y^2=2x, \quad z=x^2+y^2, \quad z=0$

## Криволинейные интегралы

1. Найдите криволинейные интегралы

1.1.  $\int_l (2x+y) ds, \quad l = ABOA, \quad A = (1,0), \quad B = (0,2), \quad O = (0,0)$

1.2.  $\int_l \sqrt{y} ds, \quad l: x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

1.3.  $\int_l y dx - x dy, \quad l: y = x^3, \quad 0 \leq x \leq 2$

1.4.  $\int_l (x-y) dx - (x+y) dy, \quad l - \text{произвольный путь, соединяющий точки}$   
 $A = (2, -1), \quad B = (1, 0)$

2. Используя формулу Грина, найдите интеграл

$$\int_{\partial G} e^x(1 - \cos y)dx - e^x(y - \sin y)dy, \quad G = \{(x, y) : x \in [0, \pi], 0 \leq y \leq \sin x\}$$

## 2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p> <p><i>УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие</i></p> <p><i>УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи</i></p> <p><i>УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки</i></p>	<p>1. Приведите пример множества имеющего верхнюю грань и не имеющего наименьшего элемента.</p> <p>2. Приведите примеры функций, имеющих конечный предел, имеющих бесконечный предел, не имеющих предела в заданной точке.</p> <p>3. Приведите примеры разрывных функций, имеющих точки разрыва различных типов.</p> <p>4. Укажите связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Приведите необходимые примеры.</p> <p>5. Сформулируйте достаточные условия непрерывности предельной функции. Являются ли достаточные условия необходимыми? Может ли последовательность непрерывных функций сходиться равномерно к разрывной функции.</p> <p>6. Исследуйте на сходимость ряд</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+3}$ <p>7. Найдите касательную плоскость к функции <math>f(x, y) = 1 + x^2 - y^2</math>, параллельную плоскости <math>p(x, y) = 1 - x + y</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Имеется полный анализ задачи, предложен верный алгоритм решения задачи, выделены основные этапы и теоретические основы решения, приведено полное верное решение задачи, включающее правильный ответ</i> – 18 – 20 баллов</li> <li>• <i>Имеется полный анализ задачи, предложен верный алгоритм решения задачи и оценка основных этапов решения, приведено решение задачи, но получен неправильный ответ из-за арифметической / решение недостаточно обосновано / в решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения</i> – 12 – 17 балла</li> <li>• <i>Неполный анализ задачи, предложен верный алгоритм решения задачи, но имеется верное решение лишь части задачи из-за логической ошибки</i> – 6 - 11 баллов</li> <li>• <i>Не соответствует требованиям, изложенным выше</i> – 0 - 5 баллов</li> </ul>

	<p>8. Найдите объем тела ограниченного поверхностями</p> $x^2 + y^2 = 2x, z = x^2 + y^2, z = 0.$ <p>2. Пусть <math>f(x) = x \cdot \sin \pi x</math>. Докажите, что для любого числа <math>M</math> найдется точка <math>x_0 &gt; M</math>, такая, что <math>f'(x_0) = 0</math>.</p> <p>3. Сформулируйте и докажите теорему о конечных приращениях.</p>	
<p>ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</p> <p><i>ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</i></p>	<p>Выполнение курсового проекта (работы)</p> <p>Примеры тем курсовых работ:</p> <p>1. Интерполяционный полином Лагранжа</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Задача интерполяции.</li> </ul> <p>Виды интерполяционных полиномов. Определение интерполяционного полинома Лагранжа. Доказательство его свойств. Погрешность. Примеры построения интерполяционного полинома Лагранжа.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Разработка и реализация алгоритма численного построения интерполяционного полинома Лагранжа.</li> </ul> <p>2. Полиномиальные сплайны на прямой</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Задача построения сплайнов. Виды сплайнов.</li> </ul> <p>Полиномиальные сплайны на числовой прямой. Свойства сплайнов. Способы построения полиномиальных сплайнов. Кубические сплайны. Построение кубических сплайнов.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Разработка и реализация алгоритма построения кубических сплайнов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Текст оригинальный, привлечены наиболее известные работы по теме исследования, использованы актуальные программные средства, отражены ключевые аспекты темы, все представленные выводы обоснованы, соблюдены правила орфографической, пунктуационной, стилистической культуры</i> – 18 – 20 баллов</li> <li>• <i>Текст опирается только на учебную литературу, используются стандартные программные средства, в основном отражены ключевые аспекты темы, основная часть выводов аргументирована, соблюдены правила орфографической, пунктуационной, стилистической культуры</i> – 12 – 17 балла</li> <li>• <i>Фрагментарное отражение ключевых аспектов темы, частичное соответствие содержания теме и плану реферата, не соблюдены правила орфографической, пунктуационной, стилистической культуры</i> – 6 -11 баллов</li> <li>• <i>Не соответствует требованиям, изложенным выше</i> – 0 - 5 баллов</li> </ul>

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Том 3 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 656 с. — ISBN 978-5-507-47239-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/351872>
2. Голубев А. А. Введение в анализ: учебное пособие / А. А. Голубев, В. Ю. Суетин ; Федер. агентство по образованию, ГОУ ВПО "Твер. гос. ун-т". - Тверь : Тверской государственный университет, 2007. - 158 с. : ил. - Библиогр.: с. 155 (7 назв.). – Электронный ресурс. – Режим доступа: <http://texts.lib.tversu.ru/texts/01626ogl.pdf>

#### б) Дополнительная литература:

1. Марон, И. А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной : учебное пособие / И. А. Марон. — 3-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0849-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210134>
2. Голубев А.А. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одного действительного переменного : учебное пособие / А. А. Голубев; М-во образования РФ, ФГБОУ ВПО "Твер. гос. ун-т". - Тверь: Тверской государственный университет, 2015. - 158 с. : ил., табл. - Библиогр.: с. 155 (14 назв.). – Электронный ресурс. – Режим доступа: <http://texts.lib.tversu.ru/texts/09885ucheb.pdf>

### 2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

### 3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
-------	---	-------------

1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	<a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>
2	ЭБС «ЮРАИТ»	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС IPR SMART	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
5	ЭБС «ЛАНЬ»	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
6	ЭБС ТвГУ	<a href="http://megapro.tversu.ru/megapro/Web">http://megapro.tversu.ru/megapro/Web</a>
7	Репозиторий ТвГУ	<a href="http://eprints.tversu.ru">http://eprints.tversu.ru</a>
8	Ресурсы издательства Springer Nature	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### *Курсовая работа*

Учебным планом предусмотрено выполнение курсового проекта (КП) (курсовой работы (КР)).

**Тема:** Исследование и построение графиков функций.

**Содержание** КП (КР)

1. Титульный лист.
2. Задание по выполнению КП (КР) студент получает у руководителя КП (КР)
3. Оглавление – перечень названий всех разделов (глав), подпунктов, приложения, которые указываются в строгой последовательности с обозначением страниц начала каждой части.
4. Введение – раскрывает актуальность проблемы исследования, цель, задачи, объект, предмет и методы исследования и т.д.
5. Основная часть, как правило, состоит из глав, содержание которых определено заданием на КП (КР).
6. Заключение: содержит краткую трактовку полученных результатов.
7. Список использованных источников.
8. Приложения.

**Типовые вопросы и задачи для проверки самостоятельной работы**

1. Приведите определение верхней грани множества.
2. Приведите пример множества, имеющего верхнюю грань и не имеющего наименьшего элемента.
3. Найдите верхние и нижние грани множеств.

3.1.  $\{0,1; 0,011; 0,00111, \dots\}$

3.2.  $\{(-1)^n \frac{n}{n+1} : n \in N\}$

4. Приведите пример множества имеющего верхнюю грань и не имеющего наименьшего элемента
5. Приведите определение функции.
6. Среди кривых, приведенных на рисунках, выберите те, которые являются графиками функций.
7. Приведите пример предела последовательности.
8. Приведите примеры последовательностей, имеющих конечный предел, имеющих бесконечный предел, не имеющих предела.
9. Приведите определение предела функции в точке.
10. Приведите примеры функций, имеющих конечный предел, имеющих бесконечный предел, не имеющих предела в заданной точке.
11. Приведите определение непрерывной функции.
12. Приведите примеры разрывных функций, имеющих точки разрыва различных типов.
13. Приведите определение дифференцируемости функции в точке и производной функции в точке.
14. Укажите связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Приведите необходимые примеры.
15. Определите, является ли функции  $f(x) = x^2 \cdot \text{sign } x$  и  $f(x) = x \cdot \text{sign } x$  дифференцируемыми в точке  $x = 0$ .
16. Найдите производные функции
  - 4.1.  $f(x) = \cos^2\left(12x + \frac{\pi}{12}\right)$
  - 4.2.  $f(x) = e^{2(x+1)^2}$ .
17. Приведите определение точек локального максимума и точек локального минимума функции.
18. Приведите примеры точек локального максимума и точек локального минимума функции. Покажите геометрическую интерпретацию.
19. Приведите примеры функций, не имеющих локальных экстремумов.
20. Сформулируйте необходимое условие экстремума.
21. Сформулируйте достаточное условие экстремума.
22. Найдите точки экстремума функции  $f$ 
  - 10.1.  $f(x) = x^2(x-1)$
  - 10.2.  $f(x) = x \cdot |x-1|$
  - 10.3.  $f(x) = |x|e^{-x}$ .
23. найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f$  на промежутке  $\Delta$ 
  - 11.1.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^4 - 1, \Delta = [-1; 1]$
  - 11.2.  $f(x) = x \cdot e^{-x}, \Delta = [-1; 1]$

24. Сформулируйте определение интеграла Римана по отрезку.
25. Укажите классы интегрируемых функций.
26. Приведите пример неинтегрируемой функции.
27. Сформулируйте определение первообразной функции.
28. Найдите первообразную  $F$  для функции  $f(x) = \text{sign } x$ , такую, что  $F(0) = 0$ .
29. Приведите формулу разложения Рациональной дроби на элементарные.
30. Найдите неопределенные интегралы.
- 18.1.  $\int \frac{dx}{x^2 - x - 2}$       18.2.  $\int \frac{dx}{x^2 - x - 2}$       18.3.  $\int \frac{dx}{x^3 - 1}$
31. Найдите определенные интегралы.
- 19.1.  $\int_1^2 \frac{\lg x}{x^2} dx$       19.2.  $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$       19.3.  $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$
32. Приведите определения числового ряда, сходящегося числового ряда. Приведите примеры сходящихся и расходящихся рядов.
33. Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда. Является ли необходимое условие сходимости достаточным. Приведите примеры.
34. Сформулируйте достаточные признаки сходимости положительных рядов. Являются ли достаточные условия сходимости необходимыми.
35. Сформулируйте определения абсолютно сходящегося числового ряда, условно сходящегося числового ряда. Приведите примеры.
36. Сформулируйте достаточные признаки сходимости рядов с произвольными членами. Приведите примеры, показывающие, что все условия теорем являются существенными.
37. Сформулируйте признаки абсолютной сходимости.
38. Сформулируйте определение знакочередующегося сходящегося числового ряда, признаки сходимости. Приведите примеры, показывающие, что все условия теорем являются существенными.
39. Сформулируйте определение функциональной последовательности, определения поточечной сходимости, области сходимости, предельной функции.
40. Сформулируйте определение равномерной сходимости функциональной последовательности.
41. Сформулируйте достаточные условия непрерывности предельной функции. Являются ли достаточные условия необходимыми? Может ли последовательность непрерывных функций сходиться равномерно к разрывной функции.
42. Сформулируйте достаточные условия дифференцируемости предельной



- функции. Являются ли достаточные условия необходимыми?
43. Сформулируйте определение функционального ряда, определения поточечной сходимости, области сходимости, суммы ряда.
  44. Сформулируйте определение равномерной сходимости функционального ряда.
  45. Сформулируйте достаточные условия непрерывности суммы ряда. Являются ли достаточные условия необходимыми?
  46. Сформулируйте достаточные условия дифференцируемости суммы ряда. Являются ли достаточные условия необходимыми?
  47. Сформулируйте определение степенного ряда, опишите структуру области сходимости, характер сходимости.
  48. Приведите способы отыскания радиуса сходимости степенного ряда.
  49. Сформулируйте определения рядов Тейлора, Маклорена.
  50. Сформулируйте достаточные условия разложения функции в ряд Тейлора.
  51. Получите разложения в степенной ряд основных элементарных функций, укажите области сходимости полученных рядов.

### Вопросы и задания к зачёту

#### (2 семестр)

1. Приведите определение верхней грани множества.
2. Приведите пример множества, имеющего верхнюю грань и не имеющего наименьшего элемента.
3. Найдите верхние и нижние грани множеств.
  - 3.1.  $\{0, 1; 0, 011; 0, 00111, \dots\}$
  - 3.2.  $\{(-1)^n \frac{n}{n+1} : n \in N\}$
4. Приведите пример множества имеющего верхнюю грань и не имеющего наименьшего элемента
5. Приведите определение функции.
6. Среди кривых, приведенных на рисунках, выберите те, которые являются графиками функций.
7. Приведите пример предела последовательности.
8. Приведите примеры последовательностей, имеющих конечный предел, имеющих бесконечный предел, не имеющих предела.
9. Приведите определение предела функции в точке.
10. Приведите примеры функций, имеющих конечный предел, имеющих бесконечный предел, не имеющих предела в заданной точке.
11. Приведите определение непрерывной функции.
12. Приведите примеры разрывных функций, имеющих точки разрыва

различных типов.

13. Приведите определение дифференцируемости функции в точке и производной функции в точке.

14. Укажите связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Приведите необходимые примеры.

15. Определите, являются ли функции  $f(x) = x^2 \cdot \operatorname{sign} x$  и  $f(x) = x \cdot \operatorname{sign} x$  дифференцируемыми в точке  $x = 0$ .

16. Найдите производные функции

4.1.  $f(x) = \cos^2\left(12x + \frac{\pi}{12}\right)$

4.2.  $f(x) = e^{2(x+1)^2}$ .

17. Приведите определение точек локального максимума и точек локального минимума функции.

18. Приведите примеры точек локального максимума и точек локального минимума функции. Покажите геометрическую интерпретацию.

19. Приведите примеры функций, не имеющих локальных экстремумов.

20. Сформулируйте необходимое условие экстремума.

21. Сформулируйте достаточное условие экстремума.

22. Найдите точки экстремума функции  $f$

10.1.  $f(x) = x^2(x-1)$

10.2.  $f(x) = x \cdot |x-1|$

10.3.  $f(x) = |x|e^{-x}$ .

23. найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f$  на промежутке

$\Delta$

11.1.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^4 - 1$ ,  $\Delta = [-1; 1]$

11.2.

$f(x) = x \cdot e^{-x}$ ,  $\Delta = [-1; 1]$

24. Сформулируйте определение интеграла Римана по отрезку.

25. Укажите классы интегрируемых функций.

26. Приведите пример неинтегрируемой функции.

27. Сформулируйте определение первообразной функции.

28. Найдите первообразную  $F$  для функции  $f(x) = \operatorname{sign} x$ , такую, что

$F(0) = 0$ .

29. Приведите формулу разложения Рациональной дроби на элементарные.

30. Найдите неопределенные интегралы.

18.1.  $\int \frac{dx}{x^2 - x - 2}$

18.2.  $\int \frac{dx}{x^2 - x - 2}$

18.3.  $\int \frac{dx}{x^3 - 1}$

31. Найдите определенные интегралы.

19.1.  $\int_1^2 \frac{\lg x}{x^2} dx$

19.2.  $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$

19.3.  $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$

32. Приведите определения числового ряда, сходящегося числового ряда.

- Приведите примеры сходящихся и расходящихся рядов.
33. Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда. Является ли необходимое условие сходимости достаточным. Приведите примеры.
  34. Сформулируйте достаточные признаки сходимости положительных рядов. Являются ли достаточные условия сходимости необходимыми.
  35. Сформулируйте определения абсолютно сходящегося числового ряда, условно сходящегося числового ряда. Приведите примеры.
  36. Сформулируйте достаточные признаки сходимости рядов с произвольными членами. Приведите примеры, показывающие, что все условия теорем являются существенными.
  37. Сформулируйте признаки абсолютной сходимости.
  38. Сформулируйте определение знакочередующегося сходящегося числового ряда, признаки сходимости. Приведите примеры, показывающие, что все условия теорем являются существенными.

### Вопросы к экзамену

#### (4 семестр)

1. Локальный экстремум функции  $f : R^m \rightarrow R$ . Примеры. Необходимые условия экстремума.
2. Достаточные условия экстремума для функции  $f : R^m \rightarrow R$  и  $f : R^2 \rightarrow R$ .
3. Понятие дифференцируемой функции  $f : R^m \rightarrow R^n$ . Оператор – производная. Примеры. Условие дифференцируемости в терминах приращений. Непрерывность дифференцируемой функции.
4. Теорема о структуре матрицы оператора производной.
5. Дифференцируемость функции  $f : R^m \rightarrow R^n$  в случае непрерывности частных производных координатных функций.
6. Дифференцируемость композиции.
7. Теоремы о конечных приращениях.
8. Непрерывно дифференцируемые функции  $f : R^m \rightarrow R^n$ . Условия непрерывной дифференцируемости.
9. Теорема об обратной функции.
10. Понятие неявной функции. Примеры. Теорема о неявной функции.
11. Правило дифференцирования неявных функций. Теорема о системе неявных функций.
12. Понятие условного экстремума. Примеры.
13. Необходимые условия условного экстремума.
14. Функция Лагранжа. Достаточные условия условного экстремума.

15. Измеримые по Жордану множества. Мера Жордана. Примеры множеств не измеримых по Жордану. Критерий измеримости.
16. Понятие двойного интеграла. Критерий интегрируемости в терминах интегральных сумм.
17. Критерий Лебега интегрируемости многомерной функции. Интегрируемость непрерывной функции.
18. Свойства интеграла. Линейность. Монотонность. Аддитивность. Оценка модуля интеграла.
19. Теорема Фубини. Вычисление двойных интегралов.
20. Теорема о замене переменных в двойном интеграле.
21. Переход к полярным координатам в качестве замены переменных.
22. Тройные интегралы. Вычисление. Свойства.
23. Замена переменных в тройном интеграле. Переход к сферическим и цилиндрическим координатам.
24. Многомерные интегралы
25. Естественная параметризация кривой. Ориентация кривой.
26. Понятие криволинейного интеграла 1-го рода. Свойства. Вычисление сведением к определенному интегралу.
27. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода и определенным интегралом.
28. Формула Грина.
29. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
30. Приложения криволинейных интегралов.

### **Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса,

формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

**1. Работа с учебными пособиями.** Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

**2. Самостоятельное изучение тем.** Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

**3. Подготовка к практическим занятиям.** При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

**4. Составление глоссария.** В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

**5. Составление конспектов.** В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

**6. Подготовка к зачету и экзамену.** При подготовке к зачету и экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов – 1-й модуль и 50 баллов – 2-й модуль).

Студенту, набравший 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студенту, набравшему до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, <i>учебная аудитория: № 207 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</i></p>	<p>Комплект учебной мебели, интерактивная система со встроенным проектором.</p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего</p>	<p><i>Комплект учебной мебели, CD-магнитола, компьютер: (системный блок + монитор), многофункциональный лазер. копир/принтер/сканер,</i></p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно</p>

<p>контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 208 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p> <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 312 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p><i>видеоплеер, телевизор, DVD плеер.</i></p> <p>Интерактивная система Promethean ActivBoard 587. <i>Комплект учебной мебели, интерактивная система.</i></p>	<p>ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p> <p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 203 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p>Комплект учебной мебели, интерактивная система со встроенным проектором, компьютер (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) 1 шт., рециркулятор.</p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>
<p>Лаборатория компьютерной безопасности кафедры компьютерной безопасности и математических методов управления: № 203а (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p>Комплект учебной мебели, источник бесперебойного питания 5 шт., коммутатор, компьютер (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) 7 шт., копир-принтер-сканер 2 шт., плеер combo, телевизор, экран настенный, учебный</p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>



<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,  <i>учебная аудитория: № 212 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</i></p>	<p>лабораторный стенд для изучения основ криптографии, исполнение блочное VCRYPTO, учебно-лабораторный стенд для изучения блочного кодирования ЗИ-БК. Меловая доска, комплект учебной мебели.</p> <p>Комплект учебной мебели, мультимедийный комплекс.</p>	<p>Google Chrome – бесплатно  Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022  Lazarus – бесплатно  OpenOffice – бесплатно  Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно  ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>
--	--	--

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

<b>№ п.п.</b>	<b>Обновленный раздел рабочей программы дисциплины</b>	<b>Описание внесенных изменений</b>	<b>Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения</b>
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)