Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Тверской государственный университет
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждаю:
Руководитель ООП
_________________А.А. Голубев
«16» 06 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Компьютерная математика

Направление подготовки

01.03.01 Математика

Профиль подготовки

Преподавание математики и информатики

Для студентов 2 курса

Форма обучения очная

Составитель: _______________
к.ф.-м.н., доцент Куженькин С.Н.

Тверь, 2021

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины «Компьютерная математика» является формирование способности находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.

Задача дисциплины: изучение системы аналитических вычислений Maple и встроенных пакетов символьной математики на уровне, достаточном для профессионального применения в математическом моделировании сложных физических систем с использованием современных математических теорий.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к элективным дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Является дисциплиной, имеющей логические и содержательно–методологические взаимосвязи со следующими дисциплинами: алгебра и теория чисел, дифференциальная геометрия и топология, дифференциальные уравнения, информационно-коммуникационные технологии и др., курс полезен при изучении этих дисциплин. Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате изучения алгебры и теория чисел, математического анализа.

Освоение дисциплины «Компьютерная математика» необходимо в практическом применении полученных компьютерных навыков в ходе научно-исследовательской работы студентов.

Дисциплина изучается на 2 курсе (4-й семестр).

3. Объем дисциплины: 2 зачетные единицы, 72 академических часа,
в том числе:
контактная аудиторная работа: 34 часа,
в том числе: практические занятия 34 часа, в том числе практическая подготовка 10 часов;
самостоятельная работа: 38 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-2 Способен осу-	ПК-2.1 Актуализирует базовые знания,

ществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-2.2 Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения
зачёт (4 семестр).

6. Язык преподавания: русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	**Всего (час.)**	**Контактная работа**		**Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)**
		Практические занятия	*в т.ч. практическая подготовка*	
Раздел 1. ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ Метод Гаусса (схема единственного деления). Теорема об LU–разложении. Условия применимости метода. Оценка числа арифметических действий, необходимых для реализации метода.	8	4	*0*	4
Метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод Жордана–Гаусса.	8	4	*4*	4
Метод квадратного корня (Метод Холецкого). Оценка числа арифметических операций, необходимых для реализации метода.	6	2	*0*	4
Метод правой прогонки. Достаточные условия применимости метода. Метод левой прогонки.	5	2	*0*	3
Число обусловленности системы линейных алгебраических уравнений и его свойства.	5	2	*0*	3
Раздел 2. ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ Метод последовательных приближений. Достаточное и необходимое и достаточное условия сходимости метода	8	4	*4*	4

при произвольном начальном приближении.				
Итерационные методы Якоби и Зейделя. Условия сходимости методов в терминах матрицы перехода и в терминах матрицы исходной системы.	8	4	*0*	4
Метод минимальных невязок. Теорема сходимости.	4	2	*0*	2
Метод наискорейшего градиентного спуска.	4	2	*0*	2
Степенной метод и его обоснование.	4	2	*0*	2
Метод вращений и его обоснование.	6	2	*0*	4
Раздел 3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Метод Ньютона, его обоснование и приложения.	6	4	*2*	2
Всего	**72**	**34**	*10*	**38**

III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

Образовательные технологии

1. Дискуссионные технологии

2. Информационные (цифровые)

3. Технологии развития критического мышления

Современные методы обучения

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Типовые задачи для промежуточного контроля

Задание № 1

1. Решить на ЭВМ линейную алгебраическую систему $Ax = f$, где
$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 1 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}, \qquad f = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$
методом Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице. Вычислить определитель матрицы A.
2. Составить программу для решения системы $Ax = f$ методом последовательных приближений. Распечатать приближенное решение и число итераций. Использовать условие выхода из итерационного цикла
$$\left\| x^{(K+1)} - x^{(k)} \right\|_\infty + \left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\|_1 < \varepsilon,$$
где $\varepsilon > 0$ – заданная точность.
3. Решить на ЭВМ систему $Ax = f$ методом минимальных невязок. Использовать условие выхода из цикла
$$\left\| r^{(k)} \right\|_\infty + \left\| r^{(k)} \right\|_1 < \varepsilon.$$
Здесь $r^{(k)}$ – невязка, $\varepsilon > 0$ – точность.
4. Найти максимальное собственное число λ_1 матрицы A и отвечающий ему собственный вектор ξ_1 степенным методом. В расчетных формулах использовать норму $\|\cdot\|_\infty$. Условие выхода из цикла:
$$(|\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}| < \varepsilon) \; and \; (\left\| x^{(K+1)} - x^{(k)} \right\|_\infty + \left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\|_1 < \varepsilon).$$

Задание № 2

1. Решить на ЭВМ линейную алгебраическую систему $Ax = f$, где
$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 9 \end{pmatrix}, \qquad f = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$
методом Гаусса с выбором главного элемента по строке. Вычислить определитель матрицы A.

2. Составить программу для решения системы $Ax = f$ методом последовательных приближений. Распечатать приближенное решение и число итераций. Использовать условие выхода из итерационного цикла
$$\left\|x^{(K+1)} - x^{(k)}\right\|_1 + \left\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right\|_2 < \varepsilon,$$
где $\varepsilon > 0$ – заданная точность.
3. Решить на ЭВМ систему $Ax = f$ методом наискорейшего градиентного спуска. Использовать условие выхода из цикла
$$\left\|r^{(k)}\right\|_1 + \left\|r^{(k)}\right\|_2 < \varepsilon.$$
Здесь $r^{(k)}$ – невязка, $\varepsilon > 0$ – точность.
4. Найти максимальное собственное число λ_1 матрицы A и отвечающий ему собственный вектор ξ_1 степенным методом. В расчетных формулах использовать норму $\|\cdot\|_1$. Условие выхода из цикла:
$$(|\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}| < \varepsilon) \textit{ and } (\left\|x^{(K+1)} - x^{(k)}\right\|_1 + \left\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right\|_2 < \varepsilon).$$

Задание № 3

1. Решить на ЭВМ линейную алгебраическую систему $Ax = f$, где
$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & 2 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$
методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. Вычислить определитель матрицы A.
2. Составить программу для решения системы $Ax = f$ методом последовательных приближений. Распечатать приближенное решение и число итераций. Использовать условие выхода из итерационного цикла
$$\left\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right\|_2 < \varepsilon,$$
где $\varepsilon > 0$ – заданная точность.
3. Решить на ЭВМ систему $Ax = f$ методом минимальных невязок. Использовать условие выхода из цикла
$$\left\|r^{(k)}\right\|_2 < \varepsilon.$$
Здесь $r^{(k)}$ – невязка, $\varepsilon > 0$ – точность.
4. Найти максимальное собственное число λ_1 матрицы A и отвечающий ему собственный вектор ξ_1 степенным методом. В расчетных формулах использовать норму $\|\cdot\|_\infty$. Условие выхода из цикла:
$$(|\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}| < \varepsilon) \textit{ and } (\left\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right\|_2 < \varepsilon).$$

2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий *ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий* *ПК-2.2 Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике*	1. Решить на ЭВМ линейную алгебраическую систему $Ax = f$, где $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 1 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix} \quad f = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ методом Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице. Вычислить определитель матрицы A. 2. Опишите метод последовательных приближений. Докажите достаточное и необходимое и достаточное условия сходимости метода при произвольном начальном приближении. 3. Подготовить сообщение по теме «Решение задач линейного программирования с применением вычислительной техники»	• *Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала* *– 30 – 40 баллов* • *Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала* *– 20 – 29 баллов* • *Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры* *– 10 - 19 баллов* • *Даны неверные ответы на поставленные вопросы* *– 0 - 9 баллов* *ИЛИ* Полностью владеет теоретическими и практическими навыками применения математических методов к решению профессиональных задач *– 30 – 40 баллов* • Знает основные математические понятия и умеет применять их на практике *– 20 – 29 баллов* • Умеет применять на практик простейшие стандартные ма тематические методы – 45-64% • Имеет общее представление, но не владеет матери-

		алом – *10 - 19 баллов* • Не владеет – *0 - 9 баллов*

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература:

1. Амосов, А. А. Вычислительные методы / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47808-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/327497

2. Юдович, В. И. Математические модели естественных наук : учебное пособие / В. И. Юдович. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-1118-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/21058

б) Дополнительная литература:

1.Владимирский, Б. М. Математика. Общий курс : учебник / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 960 с. — ISBN 978-5-8114-0445-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210206

2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	https://znanium.com/
2	ЭБС «ЮРАИТ»	https://urait.ru/
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru/
4	ЭБС IPR SMART	http://www.iprbookshop.ru/
5	ЭБС «ЛАНЬ»	http://e.lanbook.com
6	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/Web

7	Репозитарий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru
8	Ресурсы издательства Springer Nature	http://link.springer.com/
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа курса

Раздел 1
Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Метод Гаусса (схема единственного деления). Теорема об LU–разложении. Условия применимости метода. Оценка числа арифметических действий, необходимых для реализации метода. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод Жордана–Гаусса. Метод квадратного корня (Метод Холецкого). Оценка числа арифметических операций, необходимых для реализации метода. Метод правой прогонки. Достаточные условия применимости метода. Метод левой прогонки. Число обусловленности системы линейных алгебраических уравнений и его свойства.

Раздел 2
Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Метод последовательных приближений. Достаточное и необходимое и достаточное условия сходимости метода при произвольном начальном приближении. Итерационные методы Якоби и Зейделя. Условия сходимости методов в терминах матрицы перехода и в терминах матрицы исходной системы. Метод минимальных невязок. Теорема сходимости. Метод наискорейшего градиентного спуска. Степенной метод и его обоснование. Метод вращений и его обоснование.

Раздел 3
Методы решения нелинейных уравнений

Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Метод Ньютона, его обоснование и приложения. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений и систем. Разложения в ряды. Конвертирование форматов выражений. Пакет расширений Detools, PDEtools. Решение дифференциальных уравнений.

Вопросы к зачету

ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

1. Метод Гаусса (схема единственного деления). Теорема об LU–разложении. Условия применимости метода. Оценка числа арифметических действий, необходимых для реализации метода.
2. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод Жордана–Гаусса.
3. Метод квадратного корня (Метод Холецкого). Оценка числа арифметических операций, необходимых для реализации метода.
4. Метод правой прогонки. Достаточные условия применимости метода. Метод левой прогонки.
5. Число обусловленности системы линейных алгебраических уравнений и его свойства.

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

6. Метод последовательных приближений. Достаточное и необходимое и достаточное условия сходимости метода при произвольном начальном приближении.
7. Итерационные методы Якоби и Зейделя. Условия сходимости методов в терминах матрицы перехода и в терминах матрицы исходной системы.
8. Метод минимальных невязок. Теорема сходимости.
9. Метод наискорейшего градиентного спуска.
10. Степенной метод и его обоснование.
11. Метод вращений и его обоснование.

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

12. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Метод Ньютона, его обоснование и приложения.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к зачёту. При подготовке к зачету студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы студентов на семинарских и практических занятиях, выполнения индивидуальных творческих заданий и др. и оценки за выполнение студентом учебного задания при рейтинговом контроле успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов – 1-й модуль и 50 баллов – 2-й модуль).

Студенту, набравший 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студенту, набравшему до 39 баллов включительно, сдает зачет,

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.
- Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	**Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы**	**Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа**
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего кон-	*Комплект учебной мебели, интерактивная система.*	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редак-

троля и промежуточной аттестации, *учебная аудитория:* **№ 312** *(170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)*		тор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)