

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 31.08.2023 18:56:11  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП



*Handwritten signature*

О.Н. Медведева

«30» мая 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Линейная алгебра**

Направление подготовки

27.03.05 Инноватика

профиль

Управление инновациями (по отраслям и сферам экономики)

Для студентов

1 курса, очной формы обучения

Составитель: к.ф.-м.н. Базулев А.Н.

*Handwritten signature*

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

*Целью* освоения дисциплины является изучение основных математических понятий, представлений и их свойств, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении. Знания, полученные при изучении курса «Линейной алгебры», с одной стороны, формируют математическую культуру, с другой, составляют основу естественнонаучного подхода исследования природных явлений.

Линейная алгебра изучает различные числовые множества и структуры, построенные на числовых множествах, линейные и евклидовы пространства, линейные и полилинейные функции и функционалы, операторный анализ, а также системы линейных уравнений и методы их решения. Линейная алгебра по праву является основным элементом математического аппарата современной физики и, в частности, квантовой теории. Здесь вводятся такие фундаментальные понятия как линейное преобразование и линейный оператор, собственные значения и собственные функции (векторы) и т.п.

*Задачей* изучения курса является изучение и овладение методами решения математических задач, формулируемых и решаемых в линейной алгебре. Изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений. Формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей. Овладение студентами знаний по применению алгебры в различных разделах физики при экспериментальном и теоретическом исследовании физических явлений. Усвоение студентами идей единства строения материи и неисчерпаемости процесса ее познания, понимание роли практики в познании. Овладение практическими навыками и приемами вычислений определителей матриц, операций над матрицами, решения систем линейных алгебраических уравнений, законов преобразований векторов и матриц, решения характеристического уравнения, нахождения собственных векторов и

собственных значений, операций над квадратичными формами, вычисления функций от матриц и т.д.

Программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как числовые множества, алгебраические структуры и их свойства. Приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Линейная алгебра» изучается в модуле Математика Блока 1. Дисциплины обязательной части учебного плана ООП.

При изучении «Линейной алгебры» используются знания, приобретенные при изучении «Аналитической геометрии» и «Математического анализа». Дисциплина «Линейная алгебра» является базовой для изучения таких дисциплин как «Дифференциальные уравнения», «Основы физического материаловедения», «Технологии кристаллических материалов». В результате изучения дисциплины студент должен иметь представление: об основных понятиях линейной алгебры; об области применения методов линейной алгебры; об аксиоматическом подходе в математике и, в частности, в алгебре; студент должен знать и уметь использовать: понятия, представления и утверждения алгебры; доказательства основных теорем линейной алгебры; основные методы вычислений и методы решения алгебраических задач.

**3. Объем дисциплины:** 3 зачетные единицы, 108 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 17 часов, практические занятия 34 часа;

**самостоятельная работа:** 57 часов, в том числе контроль 27 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
---------------------------------	---

образовательной программы (формируемые компетенции)	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;</p> <p>УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи.</p> <p>УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>
ОПК-1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук.	ОПК-1.1. Проводит анализ поставленных задач, используя законы и методы математики.

## **5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения**

Экзамен в 1 семестре.

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.**

**1. Для студентов очной формы обучения**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоя- тельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		
		всего	в т.ч. ПП	всего	в т.ч. ПП	
1. Введение	2	2				
2. Матрицы	15	3		6		6
3. Теория определителей.	16	3		7		6
4. Системы линейных уравнений	16	3		7		6
5. Векторные пространства.	16	3		7		6
6. Линейные операторы	16	3		7		6
Экзамен	27					27
<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>17</b>		<b>34</b>		<b>57</b>

**III. Образовательные технологии**

Учебная программа- наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Введение	Лекции	Изложение теоретического материала.
2. Матрицы	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Групповое решение задач.
3. Теория определителей.	Лекции, практические занятия	Активное слушание. Групповое решение задач.
4. Системы линейных уравнений	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Групповое решение задач.
5. Векторные пространства.	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Активное слушание. Групповое решение задач.
6. Линейные операторы	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Активное слушание. Групповое решение задач.

**IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

**Форма проведения промежуточной аттестации:** студенты, освоившие программу курса «Линейная алгебра» могут получить оценку по итогам

семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положению о рейтинговой системе обучения ТвГУ» (протокол №8 от 30 апреля 2020 г.).

Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то экзамен сдается согласно «Положению о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) обучающихся по программам высшего образования ТвГУ» (протокол №11 от 28 апреля 2021 г.).

**Для проведения текущей и промежуточной аттестации:**

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;

УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;

УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

Задание:	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания		
	<i>Высокий уровень</i>  <i>(3 балла по каждому критерию)</i>	<i>Средний уровень</i>  <i>(2 балла по каждому критерию)</i>	<i>Низкий уровень</i>  <i>(1 балл по каждому критерию)</i>
Предмет, задачи и средства линейной алгебры	Знает предмет, задачи и средства линейной алгебры. Не допускает фактических ошибок.	Знает предмет, задачи и средства линейной алгебры. Допускает несущественные ошибки, не искажающие общего смысла.	Имеет отрывочные знания о предмете, задачах и средствах линейной алгебры. и/или Допускает ошибки, не искажающие общего смысла.

Матрицы. Основные понятия.	Знает основные понятия. Не допускает фактических ошибок.	Знает основные понятия. Допускает несущественные ошибки, не искажающие общего смысла.	Имеет отрывочные знания об основных понятиях. и/или Допускает ошибки, не искажающие общего смысла.
Свойства определителей.	Знает основные свойства определителей. Не допускает фактических ошибок.	Знает основные свойства определителей. Допускает несущественные фактические ошибки, не искажающие общего смысла.	Имеет отрывочные знания о свойства определителей. и/или Допускает несущественные фактические ошибки, не искажающие общего смысла.
Системы линейных уравнений, основные понятия.	Знает основные понятия о системах линейных уравнений. Не допускает фактических ошибок.	Знает основные понятия о системах линейных уравнений. Допускает несущественные фактические ошибки, не искажающие общего смысла.	Имеет отрывочные знания о понятиях о системах линейных уравнений. и/или Допускает несущественные фактические ошибки, не искажающие общего смысла.

**Способ аттестации: устный, письменный**

ОПК-1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук:

ОПК-1.1. Проводит анализ поставленных задач, используя законы и методы математики;

Задание:	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания		
	<i>Высокий уровень</i> <i>(3 балла по каждому критерию)</i>	<i>Средний уровень</i> <i>(2 балла по каждому критерию)</i>	<i>Низкий уровень</i> <i>(1 балл по каждому критерию)</i>
<p>Задачи типа:</p> <p>Даны две матрицы</p> $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \text{ и}$ $B = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}.$ <p>Найти матрицу <math>C = 3A - 2B</math>.</p> <p>Найти матрицы <math>AB</math> и <math>BA</math>, если</p> $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix},$ $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$	<p>Составляет алгоритм выполнения поставленной задачи, свободно владеет основными понятиями линейной алгебры и применяемого математического аппарата..</p>	<p>Составляет алгоритм выполнения поставленной задачи, владеет основными понятиями линейной алгебры и применяемого математического аппарата и/или допускает фактические ошибки, не искажающие общего смысла.</p>	<p>Имеет представление о алгоритме выполнения поставленной задачи, основных понятиях линейной алгебры и применяемого математического аппарата, но затрудняется при объяснении их сути и/или допускает фактические ошибки, не искажающие общего смысла.</p>
<p>Задачи типа:</p> <p>Решить системы линейных уравнений:</p>	<p>Может свободно оперировать понятиями и</p>	<p>Владеет основными правилами,</p>	<p>Владеет основными правилами,</p>



$\begin{cases} 3x + 2y = -1, \\ 5x - y = 7. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10, \\ 5x_1 - 7x_2 + 8x_3 = 15, \\ 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - y = 3, \\ 6x - 2y = 6. \end{cases} \begin{cases} 2x + y = \sqrt{3}, \\ 6x + 3y = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_3 = -1. \end{cases}$	<p>правилами составления алгоритма принятия решения при рассмотрении поставленной задачи, выполнить необходимые действия и принять необходимое решение</p>	<p>составления алгоритма принятия решения при рассмотрении поставленной задачи, выполняет стандартный порядок действий необходимый для решения задачи и принятия необходимого решения.</p>	<p>составления алгоритма принятия решения при рассмотрении поставленной задачи, не с первой попытки выполняет стандартный порядок действий необходимый для решения задачи и принятия необходимого решения, а только после наводящих вопросов.</p>
--	--	--	---

**Способ аттестации:** устный, письменный

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Ильин В. А. Линейная алгебра. - Москва : Физматлит, 2010. -

Режим доступа : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>

2. Бортакoвский А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах : учебное пособие.

- Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2015. -

Режим доступа : <http://znanium.com/go.php?id=494895>

#### б) Дополнительная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В.

Беклемишев; Беклемишев Д.В. - Москва : Лань", 2015. -

Режим доступа : [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=58162](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=58162)

2. Курoш А. Г. Курс высшей алгебры : учебное пособие. - Москва : Лань, 2013.

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1.ЭБС«ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);

2.ЭБС «Университетская библиотека онлайн»<https://biblioclub.ru/>;

3.ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

Дисциплина «Линейная алгебра» является логическим продолжением базового школьного курса алгебры и начала анализа. Знания, полученные после изучения этой дисциплины, позволяют ориентироваться в различных направлениях практической деятельности, связанных с дифференциальными уравнениями, с интегральными уравнениями, с теорией функции комплексного переменного, с векторным и тензорным анализом. В качестве входных знаний необходимы основы алгебры и начала анализа. Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение лекций и рекомендованной литературы, решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Для активизации самостоятельной работы студентов и экономии времени, отводимого на лекционный курс, ряд тем выносятся на самостоятельное изучение. Самостоятельная работа со студентами проводится в часы самостоятельной

работы в форме консультаций. Распределение часов руководства самостоятельной работой учитывает важность рассматриваемой темы и возможную сложность при освоении ее студентами. Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид учебного труда, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала. Для успешного выполнения расчетных заданий помимо материалов лекционных и практических занятий, необходимо использовать основную и дополнительную литературу, указанную в конце данной рабочей программы.

### ***Вопросы к экзамену***

1. Понятие комплексного числа.
2. Действия над комплексными числами.
3. Многочлены. Теорема о делении многочлена.
4. Корни многочлена. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
5. Основные понятия системы линейных уравнений и матрицы коэффициентов.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Определители.
8. Правило Крамера.
9. Определение  $n$  – мерного векторного пространства.
10. Линейная зависимость векторов.
11. Линейно независимые системы векторов.
12. Основная теорема векторной алгебры.
13. Линейное пространство. Теорема о существовании базиса  $n$  – мерного пространства.
14. Преобразование координат при изменении базиса.
15. Эвклидово пространство.
16. Ранг матрицы.
17. Умножение матриц.
18. Обратная матрица. Сложение матриц

19. Неоднородные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
20. Однородные системы линейных уравнений.
21. Связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений.
22. Определение линейных преобразований.
23. Связь линейных преобразований с матрицами.
24. Операции над линейными преобразованиями.
25. Инвариантность линейного подпространства.
26. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.
27. Теорема о собственных векторах в комплексном пространстве.
28. Характеристический многочлен линейного преобразования.
29. Виды линейных отображений.
30. Сопряженные линейные преобразования.
31. Самосопряженные (эрмитовы) линейные преобразования.
32. Унитарные преобразования.
33. Перестановочные преобразования. Теорема о самосопряженных преобразованиях.
34. Нормальные преобразования.
35. Положительно определенные линейные преобразования.
36. Теорема о Линейных преобразованиях в вещественном эвклидовом пространстве.
37. Ортогональные линейные преобразования в вещественном эвклидовом пространстве.
38. Нормальная форма линейного преобразования.
39. Приведение к нормальной форме матрицы линейного преобразования.

Вопросы для подготовки к модулям.

1. Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется?
2. В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?

3. Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
4. Понятие матрицы. Виды матриц. Равенство матриц.
5. Как осуществляются линейные операции над матрицами?
6. Как перемножаются две матрицы? Сформулируйте свойства операции умножения матриц.
7. Невырожденная и обратная матрицы. Докажите теорему существования и единственности обратной матрицы.
8. Какова схема нахождения обратной матрицы?
9. Дайте определение решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
10. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
11. Что называется рангом матрицы? Как он находится?
12. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
13. При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
14. Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
15. Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
16. Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
17. Как строится фундаментальная система решений?

## VII. Материально-техническое обеспечение

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Мультимедийный проектор Casio XJ-N2650 с потол. крепл.</li> <li>2. Экран Screen Media</li> <li>3. Ноутбук (переносной)</li> <li>4. Комплект учебной мебели на</li> </ol>	Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. MS Office 365 pro plus - Акт на передачу прав №1051 от

проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Лекционная аудитория № 228 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)	68 посадочных мест 5. Меловая доска	05.08.2020 г. Acrobat Reader DC - бесплатно Google Chrome – бесплатно
---	--	--

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	Титульный лист	Смена руководителя ООП	Протокол совета ФТФ № 4 от 9.11.2021 г.
2.			