

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 30.08.2023 11:29:47  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:

Руководитель ООП:

\_\_\_\_\_ Шаров Г.С.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## **Математическое моделирование нелинейных процессов**

Направление подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем

Профиль подготовки

Математические основы информатики

Для студентов 3 курса очной формы обучения

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Составитель:

д.ф.-м.н., профессор Ю.В. Шеретов

Тверь, 2023

# **I. Аннотация**

## **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Математическое моделирование нелинейных процессов» являются изучение основных понятий указанной дисциплины необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

Задачей освоения дисциплины является приобретение устойчивых навыков работы с изученными понятиями.

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

**Математическое моделирование нелинейных процессов** относится к вариативной части дисциплин, формируемой участниками образовательных отношений. Предлагаемый спецкурс имеет логические и содержательно-методические взаимосвязи со многими дисциплинами математического, естественнонаучного и профессионального циклов ООП и необходим для изучения этих дисциплин. Для освоения дисциплины необходимы знание курсов «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Информатика и программирование» и наличие устойчивых навыков работы с объектами этих курсов.

## **3. Объём дисциплины:**

4 зачетных единицы, 144 академических часа,

в том числе: контактная работа: лекции – 30 часов, лабораторные занятия – 30 часов, в т.ч. практическая подготовка – 2 часа; самостоятельная работа – 84 часа.

## **4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен использовать базовые знания в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	ПК-1.1 Формулирует проблемы и определяет направление их решения на основе базовых знаний математики, естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-1.2 С помощью стандартных методов решает типовые задачи в области математики, естествознания и информатики ПК-1.3 Применяет методы и приемы из области математики, физики и информатики для решения задач профессиональной деятельности

## **5. Форма промежуточного контроля**

Экзамен (6 семестр).

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Тема. Раздел	всего	Контактная работа (час.)			самостоятельная работа
		лекции	Лабор. занятия	в т.ч. практическая подготовка	
Раздел 1. Динамика вещественных отображений	74	16	16	1	42
Раздел 2. Комплексная динамика	70	14	14	1	42
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>2</b>	<b>84</b>

**Учебная программа**

**Раздел 1**

**Динамика вещественных отображений**

Аффинные отображения в  $n$  – мерном арифметическом пространстве и на комплексной плоскости. Переход к другой системе координат. Компьютерное моделирование аффинных преобразований.

Неподвижные точки отображений. Итерации отображений. Циклические точки и циклы. Компьютерное моделирование циклов.

Метрика Хаусдорфа. Сходимость последовательностей множеств в метрике Хаусдорфа. Графическое построение расстояния между множествами.

Системы итерированных отображений. Аттракторы. Алгоритмы построения аттракторов систем итерированных функций. Алгоритмы построения фрактальных множеств, основанные на системах итерированных функций. Компьютерная реализация этих алгоритмов.

Размерность Минковского и размерность Хаусдорфа. Размерность кривой Пеано. Численное вычисление размерности классических фракталов.

Динамика одномерных отображений. Квадратичное отображение. Бифуркации удвоения периода. Универсальность Фейнгенбаума. Порядок Шарковского. Переход к хаосу. Компьютерное моделирование динамики одномерных отображений

**Раздел 2**

**Комплексная динамика**

Динамика комплексных полиномов на расширенной комплексной плоскости. Множества Жюлиа и Фату. Притягивающие, отталкивающие, нейтральные неподвижные точки и циклы голоморфных отображений. Мульт-

типикаторы неподвижных точек. Притягивающие области. Структура множеств Жюлиа и Фату. Алгоритмы построения множеств Жюлиа и Фату. Компьютерная реализация этих алгоритмов.

Множество Манделъброта для параметрического семейства квадратичных отображений. Динамика отображений и структура множеств Жюлиа и Фату квадратичного семейства в зависимости от значений параметра. Заполненное множество Жюлиа. Динамика квадратичных отображений в случае односвязности заполненного множества Жюлиа.

Динамика некоторых рациональных отображений и параметрических семейств отображений на расширенной комплексной плоскости.

Динамика некоторых целых трансцендентных отображений и параметрических семейств отображений на комплексной плоскости.

### **III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Самостоятельная работа включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- работа с рекомендованной учебной литературой;
- выполнение домашних заданий;
- подготовка к зачёту, экзамену.

#### **Исследовательские задания**

1. Моделирование процесса удвоения бифуркаций одномерных отображений.
2. Моделирование связей пространства параметров и множеств Жюлиа для параметрических семейств голоморфных отображений.
3. Моделирование хаоса на множестве Жулиа.
4. Моделирование внешних лучей нейтральных параболических точек голоморфных отображений.
5. Моделирование областей притяжения Метода Ньютона для голо-

морфных отображений.

6. Моделирование дисков Зигеля голоморфных отображений.
7. Моделирование колец Эрмана голоморфных отображений.

#### IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

##### 1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ПК-1

<b>Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина</b>	<b>Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)</b>	<b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b>
ПК-1 Способен использовать базовые знания в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Проведите моделирование дисков Зигеля и колец Эрмана голоморфных отображений.	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 7 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 6 баллов. Большое количество ошибок – 0 баллов.
	Исследуйте динамику отображений и структуру множеств Жюлиа и Фату квадратичного семейства в зависимости от значений параметра.	Правильное выполнение задания – 6 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 5 баллов. Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов.
	Исследуйте процесс удвоения бифуркаций одномерных отображений	Глубокие знания – 4 балла. Неуверенные знания – 2 – 3 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов

##### 2. Промежуточная аттестация

## Вопросы к зачёту

1. Аффинные отображения в  $n$  – мерном арифметическом пространстве и на комплексной плоскости
2. неподвижные точки отображений. Итерации отображений. Циклические точки и циклы.
3. Метрика Хаусдорфа. Сходимость последовательностей множеств в метрике Хаусдорфа. Графическое построение расстояния между множествами.
4. Системы итерированных отображений. Аттракторы.
5. Размерность Минковского и размерность Хаусдорфа. Размерность кривой Пеано.

## Вопросы к экзамену

1. Одномерные квадратичные отображения. Бифуркации удвоения периода.
2. Универсальность Фейнгенбаума. Порядок Шарковского. Переход к хаосу.
3. Последовательности итераций голоморфных функций. Множества Жюлиа и Фату для комплексных полиномов..
4. Множество Мандельброта для параметрического семейства квадратичных отображений.
5. Принцип Дирихле (с доказательством).
6. Динамика отображений и структура множеств Жюлиа и Фату квадратичного семейства в зависимости от значений параметра.
7. Заполненное множество Жюлиа. Динамика квадратичных отображений в случае односвязности заполненного множества Жюлиа.
8. Динамика рациональных отображений и параметрических семейств отображений на расширенной комплексной плоскости.
9. Динамика целых трансцендентных отображений и параметрических семейств отображений на комплексной плоскости.

## Темы курсовых работ

1. Моделирование аффинных преобразований.
2.  $L$ -системы.
3. Построение посредством  $L$ -систем кривых, заполняющих множество, мера которого отлична от нуля.
4. Построение посредством  $L$ -систем канторовских множеств.
5. Построение посредством  $L$ -систем фрактальных множеств.
6. Использование детерминированного алгоритма для реализации систем итерированных отображений.
7. Использование рандомизированного алгоритма для реализации систем итерированных отображений.
8. Вычисление размерности множеств.
9. Вычисление расстояний между множествами.
10. Построение аттракторов заданных одномерных отображений.
11. Построение репеллеров заданных одномерных отображений.
12. Вычисление постоянной Фейнгенбаума для параметрических семейств одномерных отображений.
13. Построение больших орбит голоморфных отображений.
14. Построение равновесных функций одномерных отображений
15. Построение множеств Жюлиа для заданных голоморфных отображений.
16. Построение пространств параметров для заданных семейств голоморфных отображений.
17. Построение равновесных функций голоморфных отображений.

**V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

**а) основная литература:**

1. Амосов А. А. Вычислительные методы /А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. - Москва: Лань", 2014. - 672 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Предметный указатель: с. 655-666. - Библиогр.: с. 648-654 (27 назв.).

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42190](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42190)

2. Колокольцов В.Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации / В. Н. Колокольцов, О. А. Малафеев. - Москва: Лань, 2012. - 622 с. : ил. - Библиогр.: с. 603-616. - Предм. указ.: с. 617-618.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=3551](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3551)

#### **б) Дополнительная литература:**

1. Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения: учебное пособие / В. В. Мазалов. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: ЛАНЬ, 2010. - 448 с.:-. Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=76829](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=76829)

#### **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.exponenta.ru/>,

<http://lib.mexmat.ru/>

#### **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

*Подготовка к зачету/экзамену.* При подготовке к зачету/экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачётом, составляет 100 баллов. Студенту, набравшему 50 баллов и выше по



итогах работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачётной книжке выставляется оценка «зачтено».

Студент, набравший от 20 до 49 баллов включительно, сдаёт зачёт в последнюю неделю семестра по данной дисциплине. Баллы, полученные на зачёте, проставляются в ведомости.

Студенту, набравшему меньше 20 баллов, в экзаменационной ведомости выставляется оценка «незачтено». Данному студенту разрешается передача зачёта по направлению деканата на последней неделе семестра.

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Студенту, набравшему 50-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в экзаменационной ведомости и зачётной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Студенту, набравшему 55-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе экзаменационной ведомости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается. Оценку «отлично» студент может получить только на экзамене.

Студент, набравший от 20 до 49 баллов включительно, сдаёт экзамен.

Студенту, набравшему меньше 20 баллов, в экзаменационной ведомости выставляется оценка «неудовлетворительно».

Ответ студента на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины (модуля) установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

### **VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

1. Традиционные лекция и практическое занятие,
2. Использование средств мультимедиа.

### **IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебные аудитории, оснащенные средствами мультимедиа.

### **X. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

<b>№ п.п.</b>	<b>Обновленный раздел рабочей программы дисциплины</b>	<b>Описание внесенных изменений</b>	<b>Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения</b>
1.			