Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП
__________С.М.Дудаков
«30» марта 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МОДЕЛЕЙ

Направление подготовки
02.03.02 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Направленность (профиль)
Информатика и компьютерные науки

Для студентов 3 курса
Очная форма

Составитель:
д.ф.-м.н. Дудаков С.М.

Тверь, 2023

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины:

дать представление об основных сведениях из теории множеств и углублённые — из логики предикатов

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина входит в раздел «Элективные дисциплины» части, формируемой участниками образовательных отношений, блока 1.

Предварительные знания и навыки. знание курсов общей алгебры, дискретной математики, математической логики

Дальнейшее использование. Полученные знания используются в последующем при изучении логического программирования, а также позволяют на более глубоком уровне изучать базы данных. Знание курса рекомендуется при продолжении образования в магистратуре по программе «Системное программирование».

3. Объем дисциплины: 8 зач. ед., 288 акад. ч., в том числе:

контактная аудиторная работа практических занятий 124 ч.,

контактная внеаудиторная работа контроль самостоятельной работы 0 ч., в том числе курсовая (расчетно-графическая) работа 0 ч.;

самостоятельная работа 164 ч., в том числе контроль 68 ч.

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-2, Способен к анализу научно-технических задач теоретической и прикладной информатики	ПК-2.1, Классифицирует области ИКТ, к которой относится поставленная задача ПК-2.2, Анализирует известные методы на предмет их применимости для решения поставленной задачей ПК-2.3, Применяет типовые методы для решения поставленной задачи ПК-2.4, Анализирует полученные при решении задачи результаты

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:

экзамен в 5–6 семестрах

6. Язык преподавания:

русский

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для студентов очной формы обучения

Учебная программа — наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)					Сам. раб., в т.ч. контроль (час.)
		Лекции		Практ. занятия / Лаб. работы		Контроль сам. раб., в т.ч. курсовая работа	
		Всего	В т.ч. практ. подг.	Всего	В т.ч. практ. подг.		
1	2	3	4	5	6	7	8
Элементы теории множеств	80	0		36/0		0	44
Исчисление предикатов	48	0		16/0		0	32
Теории и модели	120	0		52/0		0	68
Типы	40	0		20/0		0	20
Итого	288	0	0	124/0	0/0	0	164

Учебная программа дисциплины

1. Элементы теории множеств
   - Аксиоматика теории множеств. наследственно конечные множества, подмножества, отношения и функции, аксиома выбора и некоторые следствия из нее.
   - Бинарные отношения и некоторые их типы, отношения эквивалентности, отношения порядка, частичные и линейные порядки, примеры порядков, полные порядки, лемма Цорна
   - Вполне упорядоченные множества, теорема Цермело, свойства изоморфизма вполне упорядоченных множеств
   - Булевы алгебры, примеры булевых алгебр, фильтры булевых алгебр, ультрафильтры, признаки конечности
   - Ординалы, упорядоченность ординалов отношением включения, ординалы как типы полных порядков, арифметика ординалов, трансфинитные построения с использованием ординалов
   - Мощность множества, кардиналы, арифметика кардиналов
   - Теорема Рамсея
2. Исчисление предикатов

- Построение алгебраических систем из констант, множества Хинтикки, построение множеств Хинтикки
- Непротиворечивые множества, лемма Генкина, теорема компактности и простейшие следствия из нее, примеры использования теоремы компактности
- Интерполяционная телорема Крейга-Линдона, теорема обустойчивости формул относительно расширения предикатов

3. Теории и модели

- Теории, определение, способы задания теорий: аксиоматическое и модельное, пересечения и объединения теорийб примеры теорий: теория равенства, теории порядков, теории колец, полей
- Полные теории, примеры, теорема Линденбаума
- Конечные алгебраические системы и их теории, категоричность в мощности, полнота категоричных теорий
- Консервативные расширения теорий, примеры консервативных и неконсервативных расширений, расширения полных теорий, теорема Робинсона о непротиворечивости
- Определимость явная и неявная, определимые расширения, теорема Бета об определимости
- Выбор аксиом для теории, конечная аксиоматизируемость
- Элиминация кванторов, примеры, разрешимость теорий
- Алгебраические системы, надсистемы и подсистемы, примеры подсистем, порождение подсистем множеством
- Элементарные подсистемы и расширения, критерии элементарности, элементарная эквивалентность, игры Эренфойхта
- Диаграммы, вложения, построение надсистем и вложений с использованием диаграмм
- Теорема Левенгейма-Скулема вверх
- Устойчивость формул и теорий, устойчивость относительно надсистем и подсистем
- Термальные скулемовские функции, свойства теорий, имеющих термальные скулемовские функции, скулемизация теорий
- Модельная полнота, критерии модельной полноты, примеры использования модельной полноты
- Цепи систем, объединение цепей, элементарные цепи
- Индуктивные теории, устойчивость относительно объединения цепей
- Вынуждение, генерические системы, генерические модели индуктивных теорий, экзистенциально замкнутые модели, теорема Линдстрема

- Гомоморфизмы, устойчивость относительно гомоморфизмов
- Ультрапроизведения, конструкция
- Фильтруемость и условная фильтруемость, теорема Лося, аксиоматизируемость классов
- Хорновские формулы, классы, теории, устойчивость относительно фильтрованых и конечных произведений

4. Типы

- Типы, примеры типов, типы в теориях и в алгебраических системах, мощность множества типов
- Реализация и опускание типов, реализация типов с помощью теоремы компактности, главные и неглавные типы, теорема об опускании типов
- Алгебра Линденбаума
- Простые алгебраические системы, однородность, изоморфизм простых систем
- Универсальность, типы над множеством, насыщенность, связь насыщенности, однородности и универсальности, изоморфизм насыщенных моделей
- Проблема существования насыщенных систем
- Теорема Рыль-Нардзевского
- Специальные системы, универсальность специальных систем, изоморфизм специальных систем
- Неразличимые множества, тип неразличимого множества, построение неразличимого множества

III. Образовательные технологии

Учебная программа — наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Элементы теории множеств	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Исчисление предикатов	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Теории и модели	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Типы	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ПК-2.1

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать типы упорядочений, линейные порядки, булевы алгебры, фильтры, полные упорядочения, ординалы, транфинитные построения, иметь понятие о мощности множеств и теореме Рамсея	Примеры вопросов к экзамену: • Отношения эквивалентности, классы эквивалентности. Частично и линейно упорядоченные множества. Концевые расширения. теорема об объединении концевых расширений. • Максимальный, минимальный, наибольший и наименьший элементы множества. Грани. Принцип максимума Хаусдорфа. Лемма Цорна. • Решетки, дистрибутивные решетки, булевы алгебры. Свойства операций инфинума, супремума и дополнения. • Фильтры булевых алгебр. Центрированные множества. Расширение центрированного множества до ультрафильтра. • Теорема о конечных булевых алгебрах. • Фундированные множества. Трансфинитная индукция. Вполне упорядоченные множества. Теорема Цермело. Изоморфизмы вполне упорядоченных множеств. • Ординалы. Полный порядок на ординалах. Ординалы-последователи и предельные ординалы. ω — наименьший предельный ординал. • Теоремы о трансфинитных построениях. • Арифметика ординалов: сумма и произведение ординалов, порядковые и индуктивные определения. • Равномощность. Теорема Кантора-Бернштейна о равномощных множествах. Теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств. • Кардиналы. Существование и единственность кардинала. • Конечные и бесконечные множества. ω и его элементы — кардиналы. • Арифметика кардиналов: сумма и произведение кардиналов.	оценка 3 — знает определения различных упорядочений, оценка 4 — кроме того, знает свойства этих упорядочений, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
Знать понятие теории и базовые синтаксические свойства теорий	Примеры вопросов к экзамену: • Теории, способы задания теорий. Классы алгебраических систем. • Аксиоматизация теорий. Аксиоматизируемые классы. Конечная аксиоматизация. • Расширения теорий. Консервативные расширения. Критерий консервативности. Теорема Робинсона. • Полные теории. Конечные модели полных теорий. • Явная и неявная определимость. Теорема Бета. Критерий неопределимости. • Элиминация кванторов. Элиминация кванторов в теориях плотного и дискретного порядков без крайних элементов.	оценка 3 — знает основные определения синтаксических свойств (консервативность, аксиоматизируемость, определимость, элиминация кванторов), оценка 4 — кроме того, знает методы исследования синтаксических свойств, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ПК-2.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать и понимать сущность аксиоматики теории множеств и простейших следствия из нее	Примеры вопросов к экзамену: • Наследственно конечные множества. Аксиомы экстенсиональности, пустого множества и пары. Упорядоченная пара. Теорема о единственности. • Наследственно конечные множества. Аксиомы экстенсиональности, пустого множества, пары, суммы. Построение конечных множеств. • Подмножества. Аксиомы степени и подстановки. Существование пересечения, разности, декартовых произведений. • Отношения, функции, композиция. Разнозначные, сюръективные и взаимно-однозначные функции. Области определения и значения. Образы и прообразы. • Индуктивные множества. Аксиома бесконечности. Наименьшее индуктивное множество. Функция выбора. Аксиомы выбора и регулярности.	оценка 3 — знает аксиоматику теории множеств, оценка 4 — кроме того, знает основные следствия из аксиом, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
Знать базовые утверждения о существовании моделей	Примеры вопросов к экзамену: • Множества Хинтикки. Существование модели множества Хинтикки. • Построение множества Хинтикки. • Непротиворечивые множества. Лемма Генкина. Полнота исчисления предикатов. Теорема компактности. • Интерполяционная теорема Крейга-Линдона.	оценка 3 — знает формулировки основных утверждений и определения, оценка 4 — кроме того, знает методику построения моделей из констант, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
Знать базовые семантические свойства теорий	Примеры вопросов к экзамену: • Категоричность. Теорема Лося-Воота. Категоричность теории плотного линейного порядка без первого и последнего элементов. • Подсистемы и надсистемы. Пересечение подсистем. Подсистемы, порожденные множеством. • Элементарные подсистемы и надсистемы. Критерий элементарности. • Диаграммы, вложения и элементарные вложения, связь вложений с диаграммами. Теорема Левенгейма-Скулема о подъеме. • Устойчивость относительно подсистем, теорема Лося-Тарского. • Термальные скулемовские функции, свойства теорий с ТСФ. Скулемизация теорий и систем. Теорема Левенгейма-Скулема о спуске. • Цепи и элементарные цепи. Элементарность объединения элементарной цепи. • Устойчивость относительно объединения цепей. Теорема Ченя-Лося-Сушко.	оценка 3 — знает основные определения семантических свойств (категоричность, подсистема, элементарность, устойчивость), оценка 4 — кроме того, знает взаимосвязи синтаксических и семантических свойств, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
	• Гомоморфизмы, устойчивость относительно гомоморфизмов, теорема Линдона о гомоморфизме.	
Знать базовые определения и результаты теории типов	Примеры вопросов к экзамену: • Типы. Реализация и опускание типов. Главные и неглавные типы. • Элементарные отображения. Атомные, универсальные и насыщенные системы. Теорема Рыль-Нардзевского.	оценка 3 — знает основные определения типа и его разновидностей, оценка 4 — кроме того, знает основные свойства типов , их связь с другими свойствами теорий и моделей, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
Владеть базовыми навыками самостоятельного исследования	Возможные темы для самостоятельного изучения • Вынуждение • Неразличимые множества • Ультрапроизведения • Ранг Морли	оценка 3 — способен самостоятельно изучить научные результаты, оценка 4 — кроме того, способен проинтерпретировать различные аспекты полученной информации, оценка 5 — кроме того, способен применить полученные знания для решения конкретных задач

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ПК-2.3

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь аксиоматически строить множества, исследовать их свойства	Примеры задач для контрольных работ: • Доказать, что не существует непустого множества x, для которого $x = \bigcap x$. • Доказать, что индуктивное множество не имеет вид $x + 1$. • Написать формулу в сигнатуре $\{\in^{(2)}\}$, имеющую одну свободную переменную — x, означающую в теории множеств, что x — ординал.	оценка 3 — умеет последовательно строить простейшие множества, оценка 4 — кроме того, умеет доказывать простейшие утверждения о множествах, оценка 5 — кроме того, умеет строить и исследовать свойства множеств разного уровня сложности
Уметь использовать различные свойства порядков, определять мощности множеств	Примеры задач для контрольных работ: • Доказать с помощью леммы Цорна, что в каждом неориентированном графе существует максимальное неплотное множество вершин. Множество вершин называется неплотным, если никакие две вершины из него не соединены ребром.	оценка 3 — умеет определять тип упорядочения, верхнюю оценку мощности множества, оценка 4 — кроме того, уме-

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
	• Проверить, образуют ли в произвольном случае всевозможные подгруппы абелевой группы G решетку или булеву алгебру (с отношением включения). • Доказать, что существует ординал α такой, что $\alpha \ni \beta +_o \omega$ для любого $\beta \in \alpha$. • Доказать, что количество устойчивых конфигураций (включая бесконечные) в игре «Жизнь» равно 2^ω.	ет устанавливать основные свойства порядков, нижнюю оценку мощности в простейших случаях, оценка 5 — кроме того, умеет исследовать различные свойства порядков и мощности различных множеств
Уметь применять теорему компактности и интерполяционную теорему для доказательства новых результатов	Примеры задач для контрольных работ: • Пусть множество формул X сигнатуры $\{A^{(1)}; *^{(2)}, e^{(0)}, -1^{(1)}\}$ имеет моделями все конечные циклические группы. Тогда у X есть модель в виде нециклической группы. • Пусть множество формул X сигнатуры $\{E^{(2)}\}$ имеет моделями конечные графы, в которых может быть сколь угодно много истоков (то есть вершин, в которые не входит ни одно ребро). Доказать, что у X есть модель в виде графа с бесконечным числом истоков. • Пусть формула ϕ выполнима и содержит предикатные символы P и Q одной местности, причём оба входят только положительно. Пусть формула ψ получена из ϕ с помощью замены P на Q, а Q — на P. Тогда существует алгебраическая система, в которой формулы ϕ и ψ истинны одновременно.	оценка 3 — умеет находить модель конечного множества в простейших случаях, оценка 4 — умеет применять теоремы в простейших случаях, оценка 5 — умеет применять теоремы в различных ситуациях
Уметь применять семантические свойства теорий для исследования свойств предметной области	Примеры задач для контрольных работ: • Доказать, что класс двудольных графов в сигнатуре (E) не является многообразием. • Доказать, что теория решёток не является универсально аксиоматизируемой в сигнатуре $(\leqslant)$. • Доказать, что теория двудольных графов устойчива относительно объединения цепей в сигнатуре $\{E^{(2)};\}$. • Определить, в каких мощностях теория, заданная следующими аксиомами, категорична: $(\forall x, y)(f(x) = f(y) \to x = y);$ $(\forall x)(\exists y) f(y) = x, \quad (\forall x) f^n(x) \neq x \quad \text{для всех } n > 0$ • Доказать, что в теории системы $(\mathbb{G}; +, \times)$ нет термальных скулемовских функций. $\mathbb{G}$ — множество гауссовых чисел: $a+bi$, $a, b \in \mathbb{Z}$, $i^2 = -1$.	оценка 3 — умеет использовать теоремы об устойчивости в простейших случаях, доказывать неэлементарность, оценка 4 — кроме того, может использовать критерии элементарности, исследовать категоричность в простейших случаях, оценка 5 — кроме того, может устанавливать семантические свойства в различных ситуациях

Уметь применять типы для исследования свойств предметной области	Примеры задач для контрольных работ: • Определить, включается ли множество формул $$\{x < y, x + x^2 < y, x + x^2 + (x^2)^2 < y, \dots\}$$ в какого-нибудь главный 2-тип в системе $(\mathbb{R}^+, <, +, x^2)$. $\mathbb{R}^+$ — множество положительных действительных чисел. • Определить, сколько 1-типов существует в теории системы $(\mathbb{R}, \leqslant; h)$, $h(x)$ — функция Хевисайда: $h(x) = 0$ при $x \leqslant 0$, $h(x) = 1$ иначе. • Доказать, что в теории системы $(\mathbb{C}_1; \times)$ есть неглавные типы. $\mathbb{C}_1$ — множество комплексных чисел равных по модулю 1.	оценка 3 — умеет находить некоторые типы в заданной теории, оценка 4 — умеет находить все типы в заданной теории, определять их вид, оценка 5 — умеет использовать типы для обоснования выводов о свойствах предметной области

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ПК-2.4

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь устанавливать базовые синтаксические свойства теорий	Примеры задач для контрольных работ: • Доказать, что в теории $\mathrm{Th}(\mathbb{Q}; +, \times)$ символ $+$ неопределим через остальные. • Доказать, что теория, заданная следующими аксиомами, допускает элиминацию кванторов: $$(\forall x) f^2(x) = x$$ $$(\exists x_1, \dots, x_n)(\bigwedge_{i \neq j} x_i \neq x_j \wedge \bigwedge_i f(x_i) \neq x_i) \quad \text{для } n > 0$$ $$(\exists x_1, \dots, x_n)(\bigwedge_{i \neq j} x_i \neq x_j \wedge \bigwedge_i f(x_i) = x_i) \quad \text{для } n > 0$$ • Доказать, что класс групп с множеством образующих A в сигнатуре $\{A^{(1)}; *^{(2)}, -1^{(1)}, e^{(0)}\}$ не аксиоматизируем. • Доказать, что теория, заданная следующими аксиомами, неполна: $$(\forall x)(\exists y) R(x, y); \quad (\forall x) R(x, x);$$ $$(\forall x, y)(R(x, y) \to R(y, x));$$ $$(\forall x, y, z)(R(x, y) \wedge R(x, z) \to y = z),$$	оценка 3 — умеет устанавливать консервативность, неконсервативность, аксиоматизируемость, неполноту, определимость в простейших случаях, оценка 4 — кроме того, умеет устанавливать неаксиоматизируемость, неопределимость, полноту и возможность элиминации кванторов в простейших случаях, оценка 5 — кроме того, может устанавливать вышеперечисленные свойства в различных ситуациях

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. Рекомендованная литература

а) Основная литература

[1] Дудаков С.М. Основы теории моделей [Электронный ресурс] : учебник / С. М. Дудаков ; ФГБОУ ВПО «Твер. гос. ун-т». — Тверь : Тверской государственный университет, 2013. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. — Режим доступа: http://texts.lib.tversu.ru/texts/EOR/ucheb/13477d/Start.html

[2] Теория моделей и алгебраическая геометрия. О доказательстве Э. Хрущовского гипотезы Морделла-Ленга [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2008. — 280 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9299 — Загл. с экрана (ЭБС ЛАНЬ).

б) Дополнительная литература

[3] Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Электронный ресурс] : учебник / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2002. — 259 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2242 — Загл. с экрана (ЭБС ЛАНЬ).

[4] Верещагин, Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.К. Верещагин, А. Шень. — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2008. — 128 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9306. — Загл. с экрана.

[5] Верещагин, Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.К. Верещагин, А. Шень. — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2008. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9307. — Загл. с экрана.

2. Программное обеспечение

Наименование помещений	Программное обеспечение
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Перечень программного обеспечения (со свободными лицензиями): Linux Kubuntu, KDE, TeXLive, TeXStudio, LibreOffice, GIMP, Gwenview, ImageMagick, Okular, Skanlite, Google Chrome, KDE Connect, Konversation, KRDC, KTorrent, Thunderbird, Elisa, VLC media player, PulseAudio, KAppTemplate, KDevelop, pgAdmin4, PostgreSQL, Qt, QtCreator, R, RStudio, Visual Studio Code, Perl, Python, Ruby, clang, clang++, gcc, g++, nasm, flex, bison, Maxima, Octave, Dolphin, HTop, Konsole, KSystemLog, Xterm, Ark, Kate, KCalc, Krusader, Spectacle, Vim.

3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

[1] ЭБС «ZNANIUM.COM» http://www.znanium.com

[2] ЭБС «Университетская библиотека онлайн» https://biblioclub.ru

[3] ЭБС IPRbooks http://www.iprbookshop.ru

[4] ЭБС «Лань» http://e.lanbook.com

[5] ЭБС «Юрайт» https://urait.ru
[6] ЭБС ТвГУ http://megapro.tversu.ru/megapro/Web
[7] Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp
[8] Репозитарий ТвГУ http://eprints.tversu.ru

4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

[1] First-order Model Theory, http://plato.stanford.edu/entries/modeltheory-fo/
[2] Московский центр непрерывного математического образования, http://www.mccme.ru/

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов. Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Требования к рейтинг контролю (1 семестр)

Контрольная работа 1. Темы: теория множеств, упорядоченный множества, ординалы. Пример задания:

1. Пусть V — линейное пространство над полем действительных чисел. Доказать с помощью леммы Цорна, что в каждой фигуре в V существует максималь-

ная выпуклая подфигура. Фигура — множество точек пространства. Фигура называется выпуклой, если с любыми двумя точками она содержит и весь соединяющий их отрезок.

2. Доказать, что индуктивное множество не имеет вид $x+1$.
3. Пусть α — ординал. Доказать, что для любого натурального числа n, начиная с некоторого, выполняется $\bigcup^n \alpha = \bigcup^{n+1} \alpha$. Определить, чему $\bigcup^n \alpha$ равно.

За решение каждой задачи выставляется максимум 5 баллов.

Контрольная работа 2. Темы: мощность множеств, исчисление предикатов, теорема компактности, аксиоматизируемость. Пример задания:

1. Доказать, что в группе $(\mathbb{Q}; +, 0, -)$ существует 2^ω подгрупп (воспользоваться бесконечностью множества простых чисел).
2. Вывести секвенцию
$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x,y) \wedge R(y,z) \to R(z,x)), (\exists y)(\forall x)R(x,y) \vdash (\exists y)(\forall x)R(y,x)$$
3. Пусть множество формул X сигнатуры $\{E^{(2)}\}$ имеет моделями конечные графы, в которых может быть сколь угодно много истоков (то есть вершин, в которые не входит ни одно ребро). Доказать, что у X есть модель в виде графа с бесконечным числом истоков.

За решение каждой задачи выставляется максимум 5 баллов.

Общая сумма За работу на практических занятиях (решение задач у доски, выполнение домашних заданий) выставляется максимум 30 баллов.

За ответ на экзамене выставляется максимум 40 баллов.

Требования к рейтинг контролю (2 семестр)

Контрольная работа 1. Темы: расширения теорий, полнота и категоричность, определимость, элиминация кванторов, подсистемы. Пример задания:

1. Теория неориентированных графов T задана аксиомой $(\forall x, y)(E(x,y) \to E(y,x))$. Доказать, что расширение T аксиомой
$$(\forall x, y)(A(x,y) \leftrightarrow (x = y \vee (\exists z)(A(x,z) \wedge E(z,y))))$$
является консервативным, где $A^{(2)}$ — новый предикатный символ.
2. Определить, в каких мощностях теория, заданная следующими аксиомами, категорична:
$$(\forall x, y)(f(x) = f(y) \to x = y)$$
$$(\forall x)(\exists y) f(y) = x, \quad (\forall x) f^n(x) \neq x \quad \text{для всех } n > 0$$
3. Доказать, что в теории $\mathrm{Th}(\mathbb{R}, \leqslant; +, |x|)$ символ $+$ неопределим через остальные.

4. Пусть система $\mathfrak{A}$ состоит из положительных натуральных чисел с двухместными операциями НОД и НОК. Доказать, что в $\mathfrak{A}$ существуют конечные подсистемы любой мощности.

За решение каждой задачи выставляется максимум 5 баллов.

Контрольная работа 2. Темы: теоремы об устойчивости, типы. Пример задания:

1. Доказать, что теория булевых алгебра устойчива относительно объединения цепей в сигнатуре $\{\leqslant; \Cap, \Cup, 0, 1\}$.
2. Определить, сколько 2-типов существует в теории системы $(\mathbb{Q}; \mathrm{sign})$, $\mathrm{sign}\, x \in \{-1, 0, 1\}$ — знак числа x.

За решение каждой задачи выставляется максимум 5 баллов.

Общая сумма За работу на практических занятиях (решение задач у доски, выполнение домашних заданий) выставляется максимум 30 баллов.

За ответ на экзамене выставляется максимум 40 баллов.

VII. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для аудиторной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 308 (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели, экран проектор.

Для самостоятельной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели, доска маркерная, компьютер, сервер (системный блок), концентратор сетевой.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п/п	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесённых изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения