

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО Тверской государственный университет

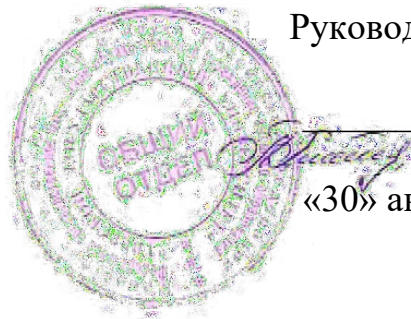
Документ подписан электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 07.11.2023 09:47:01  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Утверждаю:

Руководитель ООП

Е.Р. Хохлова

«30» августа 2021 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## **Основы теории вероятностей и математической статистики**

Направление подготовки  
**05.03.02 География**

Направленность (профиль)  
**Региональное развитие**

Для студентов 2 курса очной формы обучения

Составитель: к.ф.-м.н., доцент В. Е. Домбровская

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Наименование дисциплины**

**Основы теории вероятностей и математической статистики**

### **2. Цели и задачи дисциплины**

**Целью курса** является изучение основных теоретических положений математической статистики и применение их к решению прикладных задач. Изучение курса поможет в формировании логического мышления, повышении уровня фундаментальной математической подготовки студентов с усилением ее прикладной географической направленности, а также в знакомстве с методикой статистической обработки данных в научных исследованиях в области географии.

**Задачами дисциплины** являются:

- получение навыков использования вероятностного подхода и статистических методов в практической деятельности;
- использование универсального характера вероятностных и статистических методов в научных географических исследованиях.

### **3. Место дисциплины в структуре ООП**

Учебная дисциплина «Основы теории вероятностей и математической статистики» входит в вариативную часть учебного плана по направлению «География» и является курсом по выбору. Курс базируется на знаниях, полученных студентами при изучении дисциплины «Математика». Содержательно она обеспечивает базовые знания для дальнейшего изучения курсов «Пространственный анализ в СЭГ».

**4. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы – 108 часов, в том числе контактная работа:** лекции – 18 час., практические занятия – 18 час., самостоятельная работа – 72 час.

**5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), со- отнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной про- граммы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы	Планируемые результаты обучения по дисциплине (или модулю)
<p>ОПК-1 – Способность использовать базовые знания в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в географических науках, для обработки информации и анализа географических данных.</p>	<p><b>Владеть:</b> математическими, статистическими и количественными методами решения типовых исследовательских задач при анализе данных.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• применять наиболее важные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики;</li> <li>• вычислять вероятности случайных событий;</li> <li>• использовать методы регрессионного и корреляционного анализа.</li> <li>• выделить проблему, исследование которой может быть связано со статистическим анализом;</li> <li>• определить генеральную совокупность и исследуемую случайную величину;</li> <li>• сформулировать математическую постановку задачи;</li> <li>• собрать экспериментальный материал и сформировать выборку;</li> <li>• с учетом поставленной задачи, используя методы математической статистики, провести обработку и анализ данных;</li> <li>• использовать вычислительную технику при выполнении статистических расчетов.</li> </ul> <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основные понятия и теоремы теории вероятностей;</li> <li>• основные законы распределения случайных величин;</li> <li>• методы регрессионного и корреляционного анализа.</li> <li>• основные понятия математической статистики;</li> <li>• методы сбора, обработки и анализа статистических данных в зависимости от целей исследования;</li> <li>• технику проверки гипотез</li> </ul>
<p>ПК-5 способность применять методы комплексных географических исследований для обработки, анализа и синтеза географической информации, географического прогнозирования, планиро-</p>	<p><b>Владеть:</b> навыками применения современного инструментария теории вероятностей и математической статистики в географических исследованиях</p> <p><b>Уметь:</b> - применять методы теории вероятностей и математической статистики для анализа, математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования и решения задач в области географии и природопользования;</p>

вания и проектирования  
природоохранной и  
хозяйственной  
деятельности

**Знать:** основы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для постановки, математического моделирования и решения географических задач

**6. Формы промежуточной аттестации – зачет**

**7. Язык преподавания - русский**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**1. Для студентов очной формы обучения**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа (час.)
		Лекции	Практические (лабораторные) работы	
Вводное занятие.. Понятие статистических данных.	2	1		1
Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Непосредственное вычисление вероятностей. Действие над событиями.	6	1	1	4
Тема 2. Дискретные и непрерывные случайные величины. Абсолютные, относительные и средние величины. Математические операции над случайными величинами.	6	1	1	4
Тема 3. Закон распределения случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации.	6	1	1	4
Тема 4. Статистические распределения и их основные характеристики. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Нормальный закон распределения.	6	1	1	4
Тема 5. Закон больших чисел.	6	1	1	4

Тема 6. Системный подход в географических исследованиях. Многомерные случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.	8	2	1	5
Тема 7. Основы математической теории выборочного метода. Понятие оценки параметров. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке.	8	1	1	6
Тема 8. Статистическое оценивание и проверка гипотез.	6	1	1	4
Тема 9. Дисперсионный анализ.	8	1	1	6
Тема 10. Корреляционный анализ. Парная параметрическая корреляция. Коэффициенты корреляции Спирмена, Кендэла, Фишера.	10	1	2	7
Тема 11. Регрессионный анализ. Прогноз значений результативного признака по уравнению регрессии.	7	2	2	4
Тема 12. Ряды динамики. Средние характеристики ряда динамики.	7	1	2	5
Тема 13. Фильтрация и временной тренд. Сглаживание ряда простым скользящим средним, экспоненциальным средним, аналитическим способом.	8	1	1	4

Тема 14. Сезонная компонента временного ряда	7	1	1	5
Тема 15. Автокорреляция и модели авторегрессии.	7	1	1	5
Итого	108	18	18	72

### III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы, обучающихся по дисциплине:

1. Задания для самостоятельной работы по темам изучаемого курса
2. План занятий
3. Вопросы для самоподготовки

### IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### 1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции:

**ОПК-1** *владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию*

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
Промежуточный . <b>Владеть:</b> математическими, статистическими и количественными методами решения типовых исследовательских задач при анализе данных.	Проверка осуществляется по результатам выполнения практических работ на основании реальных данных (пример задачи): На основании данных по температуре воздуха и атмосферного давления в любом географическом пункте, полученным за один месяц года (информацию можно найти на сайте <a href="http://weatherarchive.ru">http://weatherarchive.ru</a> ) построить закон распределения двумерной случайной величины, проанализировать и сделать выводы	Решение выполнено правильно, грамотно оформлено, сформулирован вывод – «отлично»  Решение выполнено правильно, но есть замечания к оформлению - «хорошо»  Ход решения верный, но допущены арифметические ошибки, есть замечания к оформлению – «удовлетворительно»  Решение не дано или дано неверное решение – «неудовлетворительно»

<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• вычислять вероятности случайных событий;</li> <li>• применять наиболее важные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики;</li> <li>• использовать методы регрессионного и корреляционного анализа.</li> <li>• выделить проблему, исследование которой может быть связано со статистическим анализом;</li> <li>• определить генеральную совокупность и исследуемую случайную величину;</li> <li>• сформулировать математическую постановку задачи;</li> <li>• собрать экспериментальный материал и сформировать выборку;</li> <li>• с учетом поставленной задачи, используя методы математической статистики, провести обработку и анализ данных;</li> <li>• использовать вычисли-</li> </ul>	<p>Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ</p> <p><b>Решить задачу:</b></p> <p>У восьми студентов университета зафиксировано следующее количество баллов, полученных по рейтингу, по математическим (x) и гуманитарным (y) дисциплинам:</p> <table border="1" data-bbox="486 761 997 884"> <tr> <td>X</td> <td>90</td> <td>60</td> <td>46</td> <td>68</td> <td>82</td> </tr> <tr> <td></td> <td>71</td> <td>66</td> <td>78</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>75</td> <td>69</td> <td>45</td> <td>49</td> <td>58</td> </tr> <tr> <td></td> <td>54</td> <td>59</td> <td>70</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Проанализировать корреляцию между рядами с помощью коэффициента корреляции Кендэла</p> <p>Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ (пример задачи):</p> <p>Используются результаты устных опросов, письменного тестирования:</p> <p><b>Ответить на тестовые вопросы:</b></p> <p>С помощью коэффициента корреляции определяется</p>	X	90	60	46	68	82		71	66	78			Y	75	69	45	49	58		54	59	70			<p>Решение выполнено правильно, грамотно оформлено, сформулирован вывод – «отлично»</p> <p>Решение выполнено правильно, но есть замечания к оформлению - «хорошо»</p> <p>Ход решения верный, но допущены арифметические ошибки, есть замечания к оформлению – «удовлетворительно»</p> <p>Решение не дано или дано неверное решение – «неудовлетворительно»</p>
X	90	60	46	68	82																					
	71	66	78																							
Y	75	69	45	49	58																					
	54	59	70																							



<p>тельную технику при выполнении статистических расчетов.</p> <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основные понятия и теоремы теории вероятностей;</li> <li>• основные законы распределения случайных величин;</li> <li>• методы регрессионного и корреляционного анализа.</li> <li>• основные понятия математической статистики;</li> <li>• методы сбора, обработки и анализа статистических данных в зависимости от целей исследования;</li> <li>• технику проверки гипотез</li> </ul>	<p>а) сила и направление связи между рядами;  б) процент изменчивости одного ряда относительно другого;  в) рассеяние значений рядов относительно средней арифметической.</p> <p>Репрезентативность выборки обеспечивается</p> <p>а) совпадением выборки и генеральной совокупности по длинам рядов;  б) методом осуществления выборки;  в) незначительностью расхождения средних значений выборки и генеральной совокупности.</p>	<p>Правильно выбран вариант ответа – 1 балл.</p>
--	--	--

**ПК-5 способность применять методы комплексных географических исследований для обработки, анализа и синтеза географической информации, географического прогнозирования, планирования и проектирования природоохранной и хозяйственной деятельности**

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<p><b>Промежуточный</b></p> <p><b>Владеть:</b> навыками применения современного инструментария теории вероятностей и математической статистики в географических исследованиях</p> <p><b>Уметь:</b> - применять методы теории веро-</p>	<p>Проверка осуществляется по результатам выполнения практических работ на основании реальных данных (пример задачи):</p> <p>По имеющимся данным (<a href="http://guide.aonb.ru/stat.html">http://guide.aonb.ru/stat.html</a>) найти корреляционную зависимость между Среднедушевые денежными доходами (в месяц), руб. и потребительскими расходами в среднем на душу населения (в месяц), руб. в Центральном федеральном округе РФ за 2015 год. Рассчитать коэффициент корреляции любым известным методом и сделать соответствующий вывод.</p> <p>Проверка осуществляется по ре-</p>	<p>Решение выполнено правильно, грамотно оформлено, сформулирован вывод – «отлично»</p> <p>Решение выполнено правильно, но есть замечания к оформлению - «хорошо»</p> <p>Ход решения верный, но допущены арифметические ошибки, есть замечания к оформлению – «удовлетворительно»</p> <p>Решение не дано или дано неверное решение – «неудовлетворительно»</p> <p>Решение выполнено правильно, грамотно</p>

<p>ятностей и математической статистики для анализа, математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования и решения задач в области географии и природопользования;</p> <p><b>Знать:</b> основы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для постановки, математического моделирования и решения географических задач</p>	<p>зультатам выполнения контрольных работ</p> <p>На предприятии выборочно проверен стаж работы у 12 мужчин и 8 женщин</p>				<p>оформлено, сформулирован вывод – «отлично»</p> <p>Решение выполнено правильно, но есть замечания к оформлению - «хорошо»</p>
	Группа рабочих	количество	Средний стаж	СКО	<p>Ход решения верный, но допущены арифметические ошибки, есть замечания к оформлению – «удовлетворительно»</p> <p>Решение не дано или дано неверное решение – «неудовлетворительно»</p>
	Мужчины	12	14	3	
	Женщины	8	11	2	
	<p>Определить, можно ли считать расхождения в выборочных показателях среднего стажа у мужчин и женщин случайными на уровне значимости 0,05?</p> <p>Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ (пример задачи):</p> <p>Используются результаты устных опросов, письменного тестирования:</p> <p>1. Закон распределения непрерывной случайной величины графически изображается в виде:</p> <p>а) многоугольника;</p> <p>б) гистограммы;</p> <p>в) ступенчатого графика;</p> <p>г) круговой диаграммы.</p> <p>2. Величина дисперсии характеризует</p> <p>а) вариабельность ряда в процентном отношении;</p> <p>б) устойчивость к изменениям внешней среды;</p> <p>в) изменчивость ряда;</p> <p>г) сдвиг относительно <math>M_0</math>.</p>				<p>Правильно выбран вариант ответа – 1балл.</p>

## V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### Основная литература

1. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник для вузов / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 352 с. — 5-238-00560-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71075.html>

2. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 472 с. : ил. - Библиогр.: с. 433-434. - ISBN 978-5-394-02108-4 ; То же [Электронный ресурс]. –Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249>

### **Дополнительная литература**

1. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / В.Е. Гмурман. - Изд. 3-е, перераб. и доп. - Москва : Высшая школа, 1979. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. –Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458330>

Логинов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : сборник задач / В.А. Логинов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московская государственная академия водного транспорта, 2016. — 26 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65684VI>.

### **Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

Видеоуроки по теории вероятностей:

[http://www.calc.ru/video-po-teorii-](http://www.calc.ru/video-po-teorii-veroyatnostey.html)

[veroyatnostey.html](http://www.calc.ru/video-po-teorii-veroyatnostey.html) <http://teorver-online.narod.ru/>

<http://newasp.omskreg.ru/probability/>

<http://teoriaver.narod.ru/>

<http://www.statsoft.ru/home/textbook/>

### **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Данное методическое руководство адаптировано специально для студентов, обучающихся по специальности «География», и включает в себя темы,

методики и задачи, необходимые для осуществления научного исследования в этой, и смежных с нею, областях (экологии, геоэкологии). Решения задач фиксируются в тетрадях для практических работ и оцениваются согласно «Руководству по рейтинговой системе». Для более полного освоения материала в данном методическом руководстве по каждой изучаемой теме предлагаются *контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы*, результативность выполнения которых оценивается также с помощью рейтинговых баллов.

### **Вводное занятие. Научное познание мира. Понятие статистических данных.**

Цель: познакомиться

- 1) с научными основами проведения географических исследований;
- 2) с принципами рассмотрения компонентной структуры природных систем и определения направленности и силы связей между компонентами.

Данная тема рассматривается на лекции и закрепляется с помощью *самостоятельной работы студентов*:

#### ***Контрольные вопросы для самопроверки знаний:***

1. *Что такое система и каково ее отношение к реальности?*
2. *Что такое элемент?*
3. *Какова разница между переменной и параметром?*
4. *Что такое «проблема» и каковы ее возможные источники?*
5. *Чем обусловлены основные различия природных и технических систем?*
6. *Как вы понимаете необходимость постоянной циклической работы для поддержания устойчивости динамической системы?*
7. *Объясните различие механизмов действия отрицательной и положительной обратной связи в замкнутых контурах причинных зависимостей. Приведите технические и природные примеры.*

#### ***Контрольные задания для самостоятельной работы:***

1. *Определите систему для близкого вам объекта исследования.*
2. *Попытайтесь определить эпистемологические уровни систем для вашего объекта исследования.*
3. *Определите проблему и опишите ее содержание, а также возможные источники в близкой вам области исследования.*

**4. Разработайте общий план организации исследования, направленный на решение конкретной проблемы или достижение конкретной цели.**

**Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.**

**Повторные независимые испытания.**

**Цель:** сформировать умения по применению теоретических знаний для успешного решения задач с использованием теории вероятностей.

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие

**А) основные понятия:**

*пространство элементарных событий;*

*события достоверные, невозможные, совместные, несовместные, равновозможные, попарно-несовместные;*

*полная группа событий;*

*вероятность;*

*геометрическая вероятность;*

*условная вероятность,*

*испытания независимые относительно какого-либо события.*

**В) теоремы, изучаемые в данной теме:**

*Теорема сложения вероятностей,*

*Теорема умножения вероятностей.*

**С) используемые формулы:**

*Формула полной вероятности,*

*Формула Байеса,*

*Формула Бернулли,*

*Формула Пуассона*

**На основании изученного материала решить следующие задачи:**

Задача 1. Аудиторную работу по теории вероятностей с первого раза успешно выполняют 50% студентов. Найти вероятность того, что из 60 студентов работу успешно выполнят а) 27 человек, б) не менее 27 человек.

Задача 2. Вероятность своевременного и успешного выполнения студентом контрольной работы по каждой из 3-х дисциплин равна соответственно 0,6, 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного и успешного выполнения контрольной работы по двум дисциплинам.

***Задания для самостоятельной работы***

***Контрольные вопросы для самопроверки знаний:***

***1. В чем смысл геометрического определения вероятности?***

2. **Объясните следующие понятия:**

*Равносильные, совместные, достоверные, невозможные, единственно возможные, противоположные события.*

3. **Что такое «комбинаторика» и какие задачи она решает?**

4. **Объясните понятие «условная вероятность события».**

5. **Каково практическое использование формулы Байеса? Каким образом вы могли бы ее использовать в своих научных исследованиях. Приведите примеры.**

**Контрольные задания для самостоятельной работы.**

**Решите и подробно опишите ход решения следующих задач:**

1) **Для проведения соревнований 16 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 8 команд в каждой). Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: а) в разных подгруппах; б) в одной подгруппе.**

2) **Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью, не меньшей  $P$ , можно было утверждать, что по крайней мере один раз произойдет событие, вероятность которого в каждом испытании равна  $p$ ? Дать ответ при  $p=0,4$  и  $P=0,8704$ .**

3)

**Тема 2. Дискретные и непрерывные случайные величины. Абсолютные, относительные и средние величины. Математические операции над случайными величинами.**

**Цель практической работы:**

**познакомиться с различными видами средних и относительных величин, научиться осуществлять общую характеристику рядов с помощью средних величин.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия:**

*Случайная величина, дискретная и непрерывная случайная величина;*

*Абсолютные, относительные и средние величины;*

*Относительные величины структуры, координации, наглядности, интенсивности;*

*Степенная средняя, средняя арифметическая, средняя арифметическая взвешенная, средняя гармоническая и средняя геометрическая, структурные средние.*

**Решить задачи:**

Задача 3. При обследовании группы спортсменов в отношении размеров окружности груди установлено, что у троих величина окружности груди составляет 88 см, у 4-х – 92 см, у 5-х – 96 см, у 6-х – 98 см, у 7-х – 100 см. Опре-

делить среднее значение размера окружности груди спортсменов по данным, полученным в ходе обследования.

Задача 4. Пусть имеются следующие данные о численности популяций представителей вида А по пяти местообитаниям:

Местообитание	1	2	3	4	5
Численность популяции	21	18	20	22	19

Определите среднюю численность популяции.

Задача 5. Имеются данные об урожайности зерновых и валовом сборе по пяти хозяйствам

Хозяйство	Урожайность зерновых, ц/га	Валовой сбор зерна, ц
1	18	18000
2	20	30000
3	21	63000
4	22	44000
5	25	30000

Рассчитать среднюю урожайность для всех хозяйств.

### ***Задания для самостоятельной работы:***

***Контрольные вопросы для самопроверки знаний:***

- 1. Какова роль относительных величин при статистическом анализе?***
- 2. Какие существуют формы выражения относительных величин?***
- 3. Как исчисляются средние арифметические: простая и взвешенная?***
- 4. В каких случаях применяется средняя гармоническая?***

***Контрольные задания для самостоятельной работы:***

- 1. Имеются следующие данные о численности популяций вида А в различных местообитаниях***

<b><i>Номер местообитания</i></b>	<b><i>1</i></b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>3</i></b>	<b><i>4</i></b>	<b><i>5</i></b>
<b><i>Численность популяции</i></b>	<b><i>21</i></b>	<b><i>18</i></b>	<b><i>20</i></b>	<b><i>22</i></b>	<b><i>19</i></b>

***Найти среднюю численность представителей вида А.***

- 2. Имеются следующие данные о наличии концентрации веществ в воде в соответствии с классом опасности***

<b><i>Класс опасности</i></b>	<b><i>I</i></b>	<b><i>II</i></b>	<b><i>III</i></b>	<b><i>IV</i></b>
-------------------------------	-----------------	------------------	-------------------	------------------

<b>Концентрация вещества</b>	<b>0,00008 г/м<sup>3</sup></b>	<b>0,03 г/м<sup>3</sup></b>	<b>0,4 г/м<sup>3</sup></b>	<b>1,5 г/м<sup>3</sup></b>
<b>ПДК вещества</b>	<b>0,0009 г/м<sup>3</sup> и меньше</b>	<b>От 0,002 до 0,4 г/м<sup>3</sup></b>		<b>0,5 г/м<sup>3</sup> и больше</b>

*Определить степень загрязненности воды с помощью средней взвешенной концентрации и величины относительной концентрации веществ.*

**Тема 3. Закон распределения случайной величины. Математическое ожидание Дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации.**

**Цель практической работы:** научиться применению на практике методики расчетов величин, характеризующих вариабельность рядов: D ( $\sigma^2$ ), СКО ( $\sigma$ ), CV.

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Закон распределения;*

*Математическое ожидание;*

*Дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации*

*Функция распределения случайной величины;*

*Плотность вероятности.*

**Решить задачу:**

Задача 6. У 1060 студентов исследовали биение пульса. Колебания были от 43 до 108 ударов в мин. Данные были сгруппированы в следующий вариационный ряд.

43-46	1	67-70	118	91-94	45
47-50	2	71-74	165	95-98	19
51-54	6	75-78	186	99-102	11
55-58	22	79-82	165	103-106	3
59-62	52	83-86	103	107-110	1
63-66	79	87-90	82	I=4	1060

Методом условной средней вычислить среднюю величину, дисперсию, СКО и коэффициент вариации. Построить полигон распределения.

**Задания для самостоятельной работы:**

**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

- 1. Укажите единицы измерения среднего арифметического, среднего квадратичного отклонения, дисперсии и коэффициента вариации.**



2. *Чем вызвана необходимость изучения вариации признака?*
3. *Какие вам известны способы расчета дисперсии и среднего квадратичного отклонения?*
4. *Что такое коэффициент вариации, в чем его значение при проведении статистического анализа данных?*

*Контрольное задание для самостоятельной работы:*

*Даны сведения по численности населения в экономических районах России (на 2000 г.)*

<i>Название экономического района</i>	<i>Численность населения, тыс. чел</i>
<i>Северный</i>	<i>5668</i>
<i>Северо-Западный</i>	<i>7898</i>
<i>Центральный</i>	<i>29361</i>
<i>Центрально-Черноземный</i>	<i>7781</i>
<i>Поволжский</i>	<i>16805</i>
<i>Северо-Кавказский</i>	<i>17677</i>
<i>Уральский</i>	<i>20321</i>
<i>Западно-Сибирский</i>	<i>15040</i>
<i>Восточно-Сибирский</i>	<i>8973</i>
<i>Дальневосточный</i>	<i>7160</i>

*Рассчитать среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение и коэффициент вариации для данного ряда значений. Полученные данные отобразить на графике. Сделать соответствующий вывод.*

**Тема 4. Статистические распределения и их основные характеристики. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Нормальный закон распределения.**

**Цель практической работы:**

**данная работа является логическим продолжением предыдущей и посвящена получению практических навыков в нахождении основных характеристик статистических распределений – моды и медианы, а также применению методик выравнивания вариационных рядов.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Мода, медиана;*

*Нормальное распределение;*

*Асимметрия, эксцесс  
Биномиальное распределение;  
Закон распределения Пуассона;  
Правило «трех сигм»;  
Распределение Стьюдента;  
Распределение  $\chi^2$  (хи-квадрат)*

Задача 7.

По данным Задачи 6 найти моду и медиану, с помощью любого из выбранных Вами критериев (Пирсона (хи-квадрат), Романовского или Колмогорова) проверить, согласуется ли эмпирическое распределение с нормальным.

Задача 8. По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа мальчиков в семье из 4 детей. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

*Задания для самостоятельной работы:*

*Контрольные вопросы для самопроверки*

*знаний:*

- 1. Как определяются мода и медиана в дискретных и интервальных вариационных рядах?*
- 2. Как графически найти моду и медиану?*
- 3. Что такое квартили и как они рассчитываются в вариационном ряду?*
- 4. Что характеризуют показатели формы распределения?*
- 5. Каковы особенности кривой нормального распределения?*

*Контрольное задание для самостоятельной работы:*

*Имеется следующее распределение 100 выборочно обследованных на торфяных участках проб по глубине залегания торфа*

<i>Глубина залегания торфа, см</i>	<i>Число проб</i>
<i>70-80</i>	<i>2</i>
<i>80-90</i>	<i>6</i>
<i>90-100</i>	<i>19</i>
<i>100-110</i>	<i>30</i>
<i>110-120</i>	<i>22</i>
<i>120-130</i>	<i>13</i>
<i>130-140</i>	<i>5</i>
<i>140-150</i>	<i>3</i>

*С помощью критериев согласия Пирсона, Романовского, Колмогорова проверить, согласуется ли эмпирическое распределение с гипотетическим нормальным распределением.*

### Тема 5. Закон больших чисел.

**Цель практической работы:**

**Познакомиться с основными теоремами, изучаемыми в данной теме, и рассмотреть их применение при решении практических задач в биологии.**

**Список теорем, изучаемых в данной теме:**

*Лемма Чебышева;*

*Неравенство Чебышева;*

*Теорема Чебышева;*

*Теорема Бернулли;*

*Теорема Ляпунова*

Задача 9. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от математического ожидания их не превышало 50 (по абсолютной величине)?

**Задания для самостоятельной работы:**

**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

- 1. Объясните суть закона больших чисел.*
- 2. Приведите примеры использования закона больших чисел в биологических и экологических исследованиях.*
- 3. Объясните суть и возможность использования в биологических и экологических исследованиях следующих теорем: Чебышева, Бернулли, Центральной предельной теоремы.*

**Контрольное задание для самостоятельной работы:**

**Решить и объяснить ход решения с указанием использованного математического аппарата.**

**Сколько надо провести измерений данной величины, чтобы с вероятностью не менее 0,95 гарантировать отклонение средней арифметической этих измерений от истинного значения величины не более, чем на единицу (по абсолютной величине), если среднее квадратическое отклонение каждого из измерений не превосходит 5.**

**Тема 6. Системный подход в биологических и экологических исследованиях. Многомерные случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.**

### **Цель практической работы:**

**Получить практические навыки применения методик построения совместного распределения на примере компонентного анализа природных систем.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Системы, закрытые и открытые системы;*  
*Связь между компонентами, прямая и обратная связь;*  
*Иерархическое соподчинение систем;*  
*Саморегуляция системы;*  
*Период запаздывания (время релаксации);*  
*Условные законы распределения;*  
*Условные средние арифметические;*  
*Таблица сопряженности;*  
*Вероятностная поверхность системы случайных величин*

Задача 10. В таблице задан закон распределения двумерной дискретной случайной величины  $(X, Y)$ :

$Y$	0	1	2	3
$X$				
-1	0,02	0,03	0,09	0,01
0	0,04	0,2	0,16	0,1
1	0,05	0,1	0,15	0,05

Найти: а) законы распределения одномерных случайных величин  $X$  и  $Y$ ; б) условные законы распределения случайной величины  $X$  при условии  $Y=2$  и случайной величины  $Y$  при условии  $X=1$ ; в) вероятность  $P(Y>X)$ .

### **Задания для самостоятельной работы:**

#### **Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

- 1. Приведите примеры многомерных случайных величин.**
- 2. В каком случае зависимость между двумя случайными величинами называется стохастической (статистической)?**
- 3. В каком случае случайные величины называются «некоррелированными»?**
- 4. Укажите вид зависимости между двумя случайными величинами, если коэффициент корреляции данных величин по абсолютной величине равен единице?**

5. *Может ли таблица сопряженности включать в себя и дискретные и непрерывные случайные величины?*
6. *В чем смысл рассмотрения совместного распределения случайных величин?*
7. *Приведите примеры биологических и экологических исследований, когда рассмотрение совместного распределения необходимо.*
8. *Что такое изолинии, и каковы правила их построения?*
9. *Объясните правила проведения прогноза вероятности совместного распределения двух случайных величин с использованием вероятностной поверхности.*

*Контрольное задание для самостоятельной работы.*

*Закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) задан в таблице*

$y_i$	770 мм рт ст	765 мм рт ст	760 мм рт ст
$x_i$			
$-1^{\circ}\text{C}$	0,03	0,3	0,02
$0^{\circ}\text{C}$	0,1	0,2	0,16
$1^{\circ}\text{C}$	0,04	0,1	0,05

*Задание: изобразить графически условный закон распределения случайной величины Y при  $X=-1^{\circ}\text{C}$ ; построить вероятностную поверхность системы случайных величин.*

**Тема 7. Основы математической теории выборочного метода. Понятие оценки параметров. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке.**

**Цель практической работы:**

**Научиться использовать выборки при проведении научных биологических и экологических исследований в условиях больших объемов генеральных совокупностей.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Генеральная совокупность;*

*Выборочная совокупность;*

*Репрезентативность выборки;*

*Собственно-случайная выборка, механическая выборка, типическая (стратифицированная) выборка, серийная (гнездовая) выборка;*

*Повторный и бесповторный отбор;*

*Генеральная средняя;*

*Необходимая численность выборки;  
Теоретическая выборочная доля.*

Задача 11. На основании выборочного обследования 600 жителей города было установлено, что удельный вес численности женщин составил 0,4. С какой вероятностью можно утверждать, что при определении доли женщин, проживающих в этом городе, допущена ошибка, не превышающая 5% (0,05)?

***Задания для самостоятельной работы:***

***Контрольные вопросы для самопроверки знаний:***

- 1. Что такое выборочное наблюдение, и в каких случаях к нему прибегают?***
- 2. Какие существуют способы отбора?***
- 3. От чего зависит точность выборки?***
- 4. Как рассчитать среднюю и предельную ошибку выборки?***
- 5. В чем особенность определения ошибок выборки при так называемой малой выборке?***

***Контрольное задание для самостоятельной работы:***

***Для исследования населения на наличие нарушений сердечно-сосудистой системы необходимо провести выборку. Каким должен быть объем выборки, чтобы с вероятностью 0,9545 можно было бы гарантировать точность результата до 5%.***

## **Тема 8. Статистическое оценивание и проверка гипотез.**

**Цель практической работы:**

**получить представление о схеме построения статистических гипотез и их оценке в биологических исследованиях.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Принцип практической уверенности;*

*Статистическая гипотеза; нулевая и альтернативная гипотезы;*

*Статистический критерий.*

Задача 12. Имеются следующие данные о численности популяций вида А на 8-ми площадках: 26, 26, 36, 30, 32, 29, 26, 25. Есть основание предполагать, что значение численности на 3-й площадке зарегистрировано неверно.

Является ли это значение аномальным (резко выделяющимся) на 5%-ном уровне значимости?

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. **Что такое статистическая гипотеза?**
2. **Объясните в контексте данной темы понятие «статистического теста».**
3. **Можно ли утверждать на основании проверки статистической гипотезы, что высказанное в гипотезе  $H_0$  утверждение «единственно правильное» или «наилучшее»?**

**Контрольное задание для самостоятельного решения:**

**Экзамен по дисциплине «Математическая статистика» проводился на двух факультетах университета. На математическом факультете из  $n_1 = 90$  студентов экзамен на положительные оценки сдали  $m_1 = 50$  человек, а на биологическом факультете из  $n_2 = 80$  студентов –  $m_2 = 41$  человек. На уровне значимости  $= 0,05$  проверить гипотезу об отсутствии существенных различий в уровне подготовки студентов двух факультетов. Рассмотреть два случая: конкурирующая гипотеза а)  $H_1: p_1 \neq p_2$ ; б) конкурирующая гипотеза  $H_1: p_1 > p_2$ .**

**Тема 9. Дисперсионный анализ.**

**Цель практического занятия:**

**Научиться оценивать влияние различных факторов на результат эксперимента, а также для последующего планирования аналогичных экспериментов.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать следующие основные понятия:**

*Однофакторный дисперсионный анализ*

*Двухфакторный дисперсионный анализ*

*Компоненты дисперсии*

*Модели с фиксированными уровнями фактора*

*Случайные модели.*

Задача 13. В таблице приведены суточные привесы (г) отобранных для наблюдения 18 особей одного вида в зависимости от плотности заселенности (фактор А) и скомбинированности кормов (фактор В).

Количество особей на данном местообитании	Содержание протеина в кормах, г (фактор В0)	
	$V_1=80$	$V_2=100$

(фактор А)		
A <sub>1</sub> =30	530, 540, 550	600, 620, 580
A <sub>2</sub> =100	490, 510, 520	550, 540, 560
A <sub>3</sub> =300	430, 420, 450	470, 460, 430

Необходимо на уровне значимости 0,05 оценить существенность (достоверность) влияния каждого фактора и их взаимодействие.

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Чем отличаются однофакторный и двухфакторный дисперсионные анализы?
2. Какие критерии используются в дисперсионных анализах?

**Контрольное задание для самостоятельного решения:**

В течение 6 лет велись наблюдения за биомассой популяций одного и того же вида в разных местообитаниях. Данные в ц/га приведены в таблице:

Год	Номер местообитания				
	1	2	3	4	5
2001	1,2	0,6	0,9	1,7	1,0
2002	1,1	1,1	0,6	1,4	1,4
2003	1,0	0,8	0,8	1,3	1,1
2004	1,3	0,7	1,0	1,5	0,9
2005	1,1	0,7	1,0	1,2	1,2
2006	0,8	0,9	1,1	1,3	1,5
<b>ИТОГО</b>	<b>6,5</b>	<b>4,8</b>	<b>5,4</b>	<b>8,4</b>	<b>7,1</b>

Необходимо на уровне значимости 0,05 установить влияние местных условий на биомассу культуры.

**Тема 9. Корреляционный анализ. Парная параметрическая корреляция. Коэффициенты корреляции Спирмена, Кендэла.**

**Цель практического занятия:**

научиться применять теоретические знания по корреляционному анализу в исследованиях экосистем различного уровня.

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

Факторные признаки;

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости;

Коэффициент корреляции;

Индекс корреляции;



*Коэффициент детерминации;  
Ранговая корреляция;  
Таблицы взаимосопряженности.*

Задача 14. При изучении зависимости численности планктона в воде от скорости течения были получены следующие два ряда данных

<b>X</b>	3	7	4	9	3	4	4	8	1	6
<b>Y</b>	15	4	12	6	8	10	8	0	25	4

Эти ряды были получены в результате одновременных (относящихся к одному дню) оценок этих показателей на 10-ти различных участках реки. Таким образом каждому значению ряда X соответствует одно значение ряда Y.

При помощи ранговых коэффициентов корреляции Спирмэна и Кендэла определить силу и направление связи между двумя вышеуказанными рядами.

### **Изучение взаимосвязи на основе анализа таблиц сопряженности.**

Задача 15. Имеется следующее распределение 100 опытных участков (под овощной культурой) по двум признакам: степени полива (X) и уровню урожайности (Y).

Полив	Урожайность			Итого
	высокая	средняя	низкая	
Обильный	40	10	5	55
Средний	20	7	3	30
Слабый	-	5	10	15
Итого	60	22	18	100

А) Определить, случайно ли данное распределение или же существует зависимость между X и Y.

Б) Измерить тесноту зависимости между степенью полива и уровнем урожайности.

*Задания для самостоятельной работы:*

**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

- 1. Укажите, какой вид диаграммы рассеяния говорит о сильной, слабой, линейной зависимости двух рядов наблюдений? Какой вид диаграммы рассеяния говорит об отсутствии корреляционной связи?*
- 2. В чем отличие расчета парной параметрической корреляции от расчета коэффициента корреляции Спирмэна и Кендэла?*
- 3. В каком случае корреляционная связь считается достоверной?*
- 4. Каково содержание корреляционной таблицы (матрицы)?*

**Контрольное задание а):**

**Имеются следующие данные о росте 8 пар братьев и сестер**

<i>Рост брата, см</i>	<i>Рост сестры, см</i>
<i>170</i>	<i>163</i>
<i>165</i>	<i>162</i>
<i>177</i>	<i>168</i>
<i>180</i>	<i>170</i>
<i>181</i>	<i>164</i>
<i>175</i>	<i>162</i>
<i>172</i>	<i>165</i>
<i>180</i>	<i>168</i>

**Определить тесноту зависимости между ростом братьев и сестер на основе коэффициента корреляции Спирмэна и Кендэла. Осуществить проверку правильности расчетов с использованием сравнения теоретического и фактического соотношения двух этих коэффициентов.**

**Контрольное задание б):**

**Имеются данные наблюдений за группой детей старшего дошкольного возраста, в которых сопоставлены устойчивость внимания, выраженная через среднюю продолжительность деятельности, и тип нервной системы:**

<i>№ п/п</i>	<i>Продолжительность внимания, мин</i>	<i>Тип нервной системы</i>
<i>1</i>	<i>40,1</i>	<i>Слабый</i>
<i>2</i>	<i>29,3</i>	<i>Сильный</i>
<i>3</i>	<i>33,5</i>	<i>Сильный</i>
<i>4</i>	<i>16,5</i>	<i>Сильный</i>
<i>5</i>	<i>37,3</i>	<i>Слабый</i>
<i>6</i>	<i>35,0</i>	<i>Слабый</i>
<i>7</i>	<i>20,4</i>	<i>Сильный</i>
<i>8</i>	<i>38,7</i>	<i>Слабый</i>
<i>9</i>	<i>45,5</i>	<i>Слабый</i>
<i>10</i>	<i>43,0</i>	<i>Слабый</i>
<i>11</i>	<i>31,9</i>	<i>Сильный</i>
<i>12</i>	<i>30,4</i>	<i>Сильный</i>
<i>13</i>	<i>36,0</i>	<i>Слабый</i>
<i>14</i>	<i>26,6</i>	<i>Сильный</i>
<i>15</i>	<i>39,4</i>	<i>Слабый</i>
<i>16</i>	<i>17,0</i>	<i>Сильный</i>
<i>17</i>	<i>28,9</i>	<i>Сильный</i>
<i>18</i>	<i>40,0</i>	<i>Сильный</i>
<i>19</i>	<i>40,6</i>	<i>Сильный</i>

20	34,5	Сильный
21	30,1	Сильный
22	16,0	Сильный
23	16,0	Сильный
24	40,0	Сильный
25	30,1	Сильный
26	39,0	Сильный
27	44,5	Слабый
28	26,8	Сильный
29	32,0	Сильный
30	28,7	Сильный

С помощью критерия  $\chi^2$  определить, есть ли зависимость между данными, и, в случае математической доказанности этого, измерить тесноту зависимости, используя коэффициент взаимной сопряженности Пирсона.

**Тема 10. Регрессионный анализ. Прогноз значений результативного признака по уравнению регрессии.**

**Цель практического занятия:**

**освоить способы получения уравнений линейной и нелинейной зависимости результативного и факторного (факторных) признаков с целью дальнейшего прогноза ситуации в природных, социальных и техногенных системах.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Метод наименьших квадратов;*

*Линейная и нелинейная регрессия;*

*Множественная регрессия;*

*Доверительный интервал для условного математического ожидания;*

*Значимость уравнения регрессии;*

*Коэффициент регрессии, коэффициент эластичности;*

*Экстраполяция и интерполяция.*

**Задача 16.** По данным таблицы исследовать зависимость биомассы экосистем (ц/га) от количества осадков (см), выпавших в вегетационный период.

№ экосистемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Осадки, см	25	27	30	35	36	38	39	41	42	45	46	47	50	52	53
Биомасса, ц/га	23	24	27	27	32	31	33	35	34	32	29	28	25	24	25

Построив корреляционное поле, определить вид уравнения регрессии. С помощью МНК найти параметры уравнения. Оценить значимость полученного уравнения. Вычислить индекс корреляции и коэффициент детерминации. Получить прогноз биомассы экосистемы при количестве осадков в 20 см и 55 см.

*Задания для самостоятельной работы:*

*Контрольные вопросы для самопроверки*

*знаний:*

- 1. Линейная и нелинейная зависимости между факторами. Приведите примеры тех и других для биологических (экологических) систем в области ваших интересов.*
- 2. Как определяются ошибки параметров уравнения регрессии?*
- 3. В чем отличие парной и множественной регрессии?*
- 4. Смысл  $\beta$ - и  $\Delta$ - коэффициентов при проведении содержательного анализа моделей в целях уточнения приоритетности факторов.*
- 5. Задачи интерполирования и экстраполяции, основные различия и способы решения.*

*Контрольное задание:*

*Данные таблицы представляют значения влажности в пробах современных морских илов, отложившихся на побережье Мексиканского залива на востоке штата Луизиана (США).*

<i>Глубина</i>	<i>Влажность</i>	<i>Глубина</i>	<i>Влажность</i>
----------------	------------------	----------------	------------------

<i>(в футах, 1 фут <math>\approx</math> 0,3 м)</i>	<i>г/100 г сухого остатка</i>		<i>г/100 г сухого остатка</i>
<i>0</i>	<i>124</i>	<i>20</i>	<i>30</i>
<i>5</i>	<i>78</i>	<i>25</i>	<i>21</i>
<i>10</i>	<i>54</i>	<i>30</i>	<i>22</i>
<i>15</i>	<i>35</i>	<i>35</i>	<i>18</i>

*Найти параметры уравнения парной регрессии, принимая зависимость между факторным и результативным признаками в виде линейной функции. Проанализировать полученное уравнение и осуществить точный прогноз влажности на глубине 40 футов, принимая  $\alpha = 0,05$ .*

### **Тема 11. Ряды динамики. Средние характеристики ряда динамики.**

**Цель практической работы:**

**получить практические навыки в применении разнообразных методов оценки динамики временных рядов.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Временные ряды;*

*Лаг;*

*«Белый шум»;*

*Уровни ряда, базисные и цепные показатели динамики: абсолютный прирост, скорость роста, коэффициент роста, темп роста, темп прироста; средние показатели динамики.*

Задача 17. Имеются следующие данные о лесовосстановительных работах в РФ за 1995-2000 гг.:

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Посадка леса, тыс.га	566	521	447	428	391	367

Рассчитать среднегодовой темп роста (снижения) за 1995-2000 гг. лесовосстановительных работ, ориентированный на

А) достижение фактического уровня в 2000 г.;

В) достижение общей площади посадки леса за 1995-2000 гг.

**Задания для самостоятельной работы:**

**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

**1. Что такое ряды динамики и какова их роль в статистическом анализе?**

2. Как решается вопрос о сопоставимости уровней динамического ряда?
3. Какие существуют виды динамических рядов?
4. Какие основные показатели рассчитываются для анализа динамических рядов?
5. Чем вызывается необходимость обработки динамических рядов?
6. Какие существуют способы обработки динамических рядов?

**Контрольное задание:**

Имеются следующие данные о биопродуктивности экосистемы за 1999 – 2004 гг.

Год	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Биопродуктивность, тонн	24,8	29,9	31,1	29,8	35,9	34,9

**Определить:**

- 1) абсолютные приросты биопродуктивности по годам (по цепному типу);
- 2) цепные и базисные коэффициенты роста;
- 3) среднегодовой уровень биопродуктивности за 1999 – 2004 гг.
- 4) среднегодовой коэффициент роста биопродуктивности за 2000 – 2004 гг.

**Тема 12. Фильтрация и временной тренд. Сглаживание ряда простыми скользящими средними, экспоненциальными средними, аналитическим способом.**

**Цель практической работы:**

научиться выявлять основную тенденцию развития процесса (тренд ряда) с помощью различных способов, предлагаемых теорией математической статистики.

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

Тренд;  
 Рекуррентная формула;  
 Неслучайная компонента;  
 Параметр сглаживания;  
 Характер сглаживания

Задача 18.

Произвести сглаживание ряда температур при различных величинах параметра сглаживания и сделать вывод о влиянии данного параметра на характер сглаживания

Момент времени	Ряд температур	$\alpha=0,3$	$\alpha=0,9$
0	1		
1	2		
2	3		
3	1		
4	0		
5	1		
6	1		
7	1		
8	0		
9	-1		

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Перечислите варианты основных тенденций развития процессов.
2. Что понимается под коэффициентом  $\alpha$  и как он связан с коэффициентом  $\beta$  при сглаживании рядов экспоненциальными средними?
3. При каком  $\alpha$  сглаживание будет максимальным?
4. Чем обусловлен выбор числа уровней при сглаживании рядов простым скользящим средним?
5. Каким образом можно упростить расчет параметров уравнения по методу наименьших квадратов при сглаживании временных рядов аналитическим способом?

**Контрольное задание:**

Имеются следующие данные о численности населения города за 5 лет

Год	2000	2001	2002	2003	2004
Численность населения, тыс.чел	72	78	83	87	90

Найти линию тренда аналитическим способом и, используя полученное уравнение, осуществить прогноз численности населения города на 2007 г.

**Тема 13. Сезонная компонента временного ряда**

**Цель практической работы:**

на основании реальных данных провести выявление индекса сезонности и произвести прогноз методом экстраполяции.



Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Сезонные колебания;*  
*Метод абсолютных разностей;*  
*Метод относительных разностей;*  
*Индекс сезонности;*  
*Центрированная средняя;*  
*Модифицированная средняя.*

Задача 19. Имеются данные о распространении дифтерии в Херсонской губернии с 1874 по 1908 гг. включительно (источник: Чижевский А.Л. «Земное эхо солнечных бурь» М., 1976, стр. 192)

Год	1874	1875	1876	1877	1878	1879	1880	1881	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1890
Число заболеваний	500	4200	1700	1400	1550	400	250	500	700	1250	2650	2250	2900	1350	1600	1150	850
Год	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907
Число заболеваний	444	244	328	836	645	341	326	530	854	663	803	1845	2585	2996	2731	3900	2591

Подобрать метод и с его помощью проанализировать данный временной ряд на наличие сезонности. Рассмотреть гипотезу влияния солнечной активности на распространение заболевания.

*Задания для самостоятельной работы:*

*Контрольные вопросы для самопроверки знаний:*

- 1. Как измеряются сезонные колебания в динамическом ряде?*
- 2. Что такое индекс сезонности?*
- 3. Каким образом, используя индекс сезонности, можно получить ряд данных, «очищенных» от сезонной компоненты?*
- 4. В чем смысл этого «очищения»?*
- 5. Объясните отличие величин, используемых при расчете индекса сезонности: средней арифметической, медианы и модифицированной средней.*

*Контрольное задание:*

*Имеются статистические данные о количестве заболеваний ОРВИ у детей по сезонам за 3 года*

<i>Год</i>	<i>Квартал</i>	<i>Число отмеченных заболеваний, чел.</i>
<i>2012</i>	<i>Зима</i>	<i>298</i>
	<i>Весна</i>	<i>228</i>
	<i>Лето</i>	<i>118</i>
	<i>Осень</i>	<i>270</i>
<i>2013</i>	<i>Зима</i>	<i>307</i>
	<i>Весна</i>	<i>301</i>
	<i>Лето</i>	<i>152</i>
	<i>Осень</i>	<i>286</i>
<i>2014</i>	<i>Зима</i>	<i>307</i>
	<i>Весна</i>	<i>277</i>
	<i>Лето</i>	<i>164</i>
	<i>Осень</i>	<i>282</i>

*Рассчитать индексы сезонности, найти параметры уравнения по данным без учета влияния сезонной компоненты, составить прогноз заболеваний на весну и лето 2006 г. с учетом сезонности.*

#### **Тема 14. Автокорреляция и модели авторегрессии.**

**Цель практической работы:**

**научиться анализировать стационарные временные ряды с помощью коэффициента автокорреляции.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия**:

*Положительная и отрицательная автокорреляция;*

*Критерий Дарбина-Уотсона; коэффициент автокорреляции;*

*Адекватные модели;*

Задача 20. В таблице представлены данные, отражающие динамику роста дохода на душу населения (ден. ед.) за восьмилетний период:

год	1	2	3	4	5	6	7	8
Ден.ед.	1133	1222	1354	1389	1342	1377	1491	1684

Полагая тренд линейным:

а) найти уравнение тренда;

б) установить с помощью критерия Дарбина-Уотсона, является ли остаточный ряд автокоррелированным на 5% уровне значимости;

в) при отсутствии автокорреляции дать точечный и с надежностью 0,95 интервальный прогнозы значений дохода на девятый год.

**Задания для самостоятельной работы:**

**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

1. **Что такое автокорреляция? Какова роль этого явления при статистическом анализе данных?**
2. **Объясните понятие мультиколлинеарности.**
3. **Какова методика выявления мультиколлинеарности при рассмотрении множественной регрессии.**
4. **Что общего между явлениями автокорреляции и мультиколлинеарности?**

**Контрольное задание:**

**Проверить на автокорреляцию следующие ряды данных:**

<b>Год</b>	<b>Внесено мин. веществ, кг/га</b>	<b>Биопродуктивность экосистемы, ц/га</b>
<b>2009</b>	<b>52</b>	<b>17,2</b>
<b>2010</b>	<b>46</b>	<b>16,3</b>
<b>2011</b>	<b>24</b>	<b>14,4</b>
<b>2012</b>	<b>16</b>	<b>11,6</b>
<b>2013</b>	<b>17</b>	<b>12,9</b>

**Подготовка к зачету.** При подготовке к зачету студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций. Для получения зачета по дисциплине необходимо решить минимум 51% тестовых заданий (минимальная оценка – удовлетворительно), при решении меньшего количества заданий зачет считается не сданным.

Процедура оценивания знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности обучающихся по дисциплине (модулю) производится в рамках балльно-рейтинговой системы, включая рубежную и текущую аттестации.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины (модуля) установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 9-10 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

Максимальное количество баллов, которое может быть получено в результате освоения дисциплины составляет 100 баллов.

### 1. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЙТИНГ – КОНТРОЛЮ

#### 2.

	1 контрольная точка	2 контрольная точка
Темы	№1- №7	С №8 по №15
Текущая работа студента	35 баллов за работу на практических занятиях	35 баллов за работу на практических занятиях
Итоговый контрольный модуль	15 баллов	15 баллов
Всего	50 баллов	50 баллов

### Вопросы итогового зачета по курсу «Основы теории вероятностей и математической статистики»

1. События. Классификация событий.
2. Элементы комбинаторики. Виды комбинаций. Расчет числа комбинаций.
3. Вероятность. Вычисление вероятности. Условная вероятность события.
4. Основные теоремы теории вероятностей (теорема сложения вероятностей, теорема умножения вероятностей).
5. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины.
6. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратичное отклонение
7. Характеристики распределения: мода, медиана, эксцесс, асимметрия.
8. Многомерные случайные величины.
9. Совместное распределение 2-х случайных величин.
10. Выборки. Средняя и предельная ошибки выборок.
11. Необходимая численность выборки.
12. Малые выборки.
13. Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки.
14. Проверка гипотез об однородности выборок.
15. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции.
16. Ранговая корреляция.
17. Парная параметрическая корреляция. Корреляционная матрица.
18. Регрессионный анализ. Проверка значимости уравнения регрессии.

19. Нелинейная регрессия. Прогноз значений результативного признака по уравнению регрессии.
20. Множественный регрессионный анализ.
21. Ряды динамики. Средние характеристики ряда динамики.
22. Фильтрация и временной тренд.
23. Аналитическое выравнивание временного ряда.
24. Сезонная компонента временного ряда.
25. Автокорреляция и модели авторегрессии.

**VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (или модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем:**

**информационные технологии:**

использование мультимедийной техники для воспроизведения электронных презентаций, визуальной и аудиальной поддержки излагаемого учебного материала, выделенный канал связи сети Интернет

В процессе освоения дисциплины используются следующие **образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций:** лекция-визуализация, проблемная лекция, дискуссия, активизация творческой деятельности, метод малых групп, подготовка письменных аналитических работ, проектная технология, анализ и интерпретация результатов.

Список программного обеспечения:

1. Google Chrome
2. Microsoft Windows 10 Enterprise
3. MS Office 365 pro plus

**IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (или модулю)**

Наименование специальных* помещений	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации №112 (170021, Тверская обл., г.Тверь, ул. Прошина, д.3, корп.2)	Мультимедийный комплект учебного класса (вариант №2) Проектор Casio XJ-M140, настенный проекц. экран Lumien 180*180. Ноутбук. Сумка 15,6'', мышшь Учебная мебель	Google Chrome – бесплатный Microsoft Windows 10 Enterprise Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017; MS Office 365 pro plus Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017;

### Помещения для самостоятельной работы:

Наименование помещений	Оснащенность помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации и самостоятельной работы № 118 (170021 Тверская обл., Тверь, ул. Прошина, д. 3, корп. 2)	Лазерный принтер SAMSUNG ML-2850D Доска интеракт. Hitachi Star Board в комплекте со стойкой Доска белая офисная магнит «Proff» Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRUCorp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Учебная мебель	Adobe Reader XI – бесплатно ArcGIS 10.4 for Desktop - Акт приема передачи на основе договора №39 а от 18.12.2014 Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г. MS Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 MapInfo Professional 12.0 - Акт о передаче прав по условиям договора № 26/2014-У от 10.02.14 Microsoft Visual Studio Enterprise 2015 - Акт предоставления прав № Tr035055 от 19.06.2017 Mozilla Firefox 46.0.1 (x86 ru) – бесплатно Notepad+ – бесплатно OpenOffice – бесплатно QGIS 2.16.2.16.2 Nidebo – бесплатно WinDjView 2.1 – бесплатно

### Х. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания факультета, утвердившего изменения
1.	III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обу-	Скорректирован перечень учебно-методического обеспечения	Протокол № 9 от 24.05.2017 совета факультета географии и геоэкологии

	чающихся по дисциплине		
2.	IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации	Переработаны типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций	
3.	V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы	Внесены новые электронный библиотечные системы	
4.	IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	Обновлен перечень необходимого оборудования	