

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 25.10.2023 12:30:19  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:  
Руководитель ООП  
 С.М. Дудаков  
сентября 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)  
ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ И ФОРМАЛЬНЫХ ЯЗЫКОВ**

Направление подготовки  
02.03.02 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА  
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Направленность (профиль)  
Информатика и компьютерные науки

Для студентов 3 курса

Очная форма

Составитель:  
к.ф.-м.н., доцент Карлов Б.Н.



## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины:**

Главная цель курса — дать обучаемому глубокие знания в области формального задания языков, необходимые специалисту в области информационных технологий, ознакомить обучающихся с различными моделями для формального задания языков (конечные автоматы, порождающие грамматики, регулярные выражения, автоматы с магазинной памятью), со свойствами этих моделей и границами их применимости.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина входит в раздел «Математический» обязательной части блока 1.

**Предварительные знания и навыки.** Знание курсов «Дискретная математика», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Языки программирования и методы трансляции».

**Дальнейшее использование.** Полученные знания используются в последующем при изучении предметов «Алгоритмы и анализ сложности», «Базы данных» и других.

### **3. Объем дисциплины: 4 зачетных единицы, 144 академических часа, в том числе:**

**контактная аудиторная работа** лекций 45 часов, практических занятий 15 часов,

**контактная внеаудиторная работа** контроль самостоятельной работы 0 часов, в том числе курсовая (расчетно-графическая) работа 0 часов;

**самостоятельная работа** 84 часов, в том числе контроль 36 часов.

### **4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы:**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1, Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные положения и концепции математических и естественных наук ОПК-1.2 Решает типовые математические и естественнонаучные задачи

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
	ОПК-1.3 Работает со стандартными математическими моделями при решении профессиональных задач
ОПК-3, Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	ОПК-3.1 Знает основные положения и концепции в области программирования ОПК-3.2 Знает архитектуру языков программирования ОПК-3.3 Составляет программы

### 5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:

экзамен в 5 семестре

### 6. Язык преподавания:

русский

## II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для студентов очной формы обучения

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Сам. раб., в т.ч. контроль (час.)	
		Лекции		Практические занятия			
		Всего	В т.ч. практ. подготовка	Всего	В т.ч. практ. подготовка		
1	2	3	4	5	6	7	8
Конечные автоматы и регулярные языки	70	21		7		0	42

Контекстно-свободные грамматики	74	24		8		0	42
Итого	144	45	0	15	0	0	84

## Учебная программа дисциплины

### 1. Конечные автоматы и регулярные языки

- Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы. Язык, задаваемый конечным автоматом.
- Детерминизации конечных автоматов.
- Регулярные выражения и регулярные языки.
- Теорема о задании недетерминированными конечными автоматами регулярных языков.
- Порождающие грамматики. Иерархия Хомского. Эквивалентность порождающих грамматик и машин Тьюринга.
- Праволинейные грамматики. Эквивалентность праволинейных грамматик и конечных автоматов.
- Системы линейных уравнений с регулярными коэффициентами. Теорема о регулярности решения системы линейных уравнений с регулярными коэффициентами.
- Теорема о регулярности языка, задаваемого конечным автоматом.
- Лемма о разрастании для регулярных языков. Примеры нерегулярных языков.
- Минимизация конечных автоматов.
- Теорема Майхилла-Нероуда.
- Теорема о числе состояний детерминированного конечного автомата, получаемого из недетерминированного конечного автомата.
- Конечные преобразования. Композиция конечных преобразований. Теорема Нива.
- Свойства замкнутости класса регулярных языков.
- Алгоритмические проблемы для регулярных языков.

### 2. Контекстно-свободные грамматики

- КС-грамматики и КС-языки.
- Лемма о выводимости из конкатенации.
- Деревья вывода. Теорема о задании выводимого слова деревом вывода. Теорема о выводимости слов, задаваемых деревьями вывода. Однозначные КС-грамматики.
- Автоматы с магазинной памятью. Эквивалентность различных определений задания языка для автоматов с магазинной памятью.
- Теорема о эквивалентности КС-грамматик и МП-автоматов.
- Построение эквивалентной КС-грамматики без бесполезных нетерминалов.
- Построение эквивалентной КС-грамматики без правил с пустой правой частью.

- Построение эквивалентной КС-грамматики без цепных правил.
- Построение эквивалентной приведённой КС-грамматики.
- Нормальная форма Хомского.
- Устранение левой рекурсии.
- Нормальная форма Грейбах.
- Лемма о разрастании. Примеры языков, не являющихся контекстно-свободными.
- Однозначные КС-грамматики и КС-языки. Лемма Огдена. Примеры неоднозначных КС-языков.
- Свойства замкнутости класса КС-языков.
- Детерминированные МП-автоматы и КС-языки. Примеры недетерминированных КС-языков.
- Дочитывающие ДМП-автоматы. Замкнутость класса детерминированных КС-языков относительно дополнения.
- Проблема соответствий Поста. Алгоритмические проблемы для КС-языков.

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Конечные автоматы и регулярные языки	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Контекстно-свободные грамматики	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

#### Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ОПК-1.1

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь доказывать новые свойства формальных языков	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пусть <math>\text{MIN}(L) = \{w : w \in L, \text{ но если } w = xy \text{ для каких-то } x, y \in \Sigma^*, y \neq \varepsilon, \text{ то } x \notin L\}</math>. Другими словами, слово входит в <math>\text{MIN}(L)</math> тогда и только тогда, когда оно само входит в <math>L</math>, но никакое его собственное начало не входит в <math>L</math>. Докажите, что если язык <math>L</math> является регулярным, то и язык</li> </ul>	оценка 3 — умеет неформально обосновывать простейшие свойства языков, оценка 4 —

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
	<p><math>\text{MIN}(L)</math> является регулярным.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Докажите, что если длина магазина МП-автомата <math>M</math> при работе на всех словах ограничена некоторой константой, то язык <math>L_e(M)</math> является регулярным.</li> <li>Докажите неразрешимость следующей проблемы: по КС-грамматикам <math>G_1</math> и <math>G_2</math> определить, является ли мощность языка <math>L(G_1) \cap L(G_2)</math> простым числом.</li> </ul>	<p>умеет неформально обосновывать более сложные свойства языков, оценка 5 — умеет приводить формальное доказательство различных свойств языков</p>

### Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ОПК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь определять положение языка в иерархии Хомского	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Докажите, что следующий язык не является регулярным: все слова в алфавите <math>\{a, b\}</math>, в которых число символов <math>a</math> больше квадрата числа символов <math>b</math>.</li> <li>Докажите, что следующий язык не является контекстно-свободным:  <math>L = \{ xc^{ x }y : x, y \in \{a, b\}^+, x \text{ — префикс } y \}</math>.</li> </ul>	<p>оценка 3 — умеет доказывать в простейших случаях, что язык не является регулярным или контекстно-свободным, оценка 4 — умеет доказывать в более сложных случаях, что язык не является регулярным или контекстно-свободным, оценка 5 — кроме того умеет сов-</p>

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
		местно использовать свойства замкнутости и лемму о разрастании

### Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ОПК-1.3

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь выполнять стандартные преобразования различных моделей языков	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Найдите наименьшее решение следующей системы уравнений и упростите получающиеся регулярные выражения.  <math display="block">x = (0^* + 1)x + 11y + 1</math> <math display="block">y = 1x + (0 + 11)y + \varepsilon</math></li> <li>Приведите следующую грамматику к нормальной форме Хомского.  <math display="block">S \rightarrow ABa \mid FF \mid CA \mid b \quad D \rightarrow b \mid SS \mid AE \mid aB</math> <math display="block">A \rightarrow \varepsilon \mid Aab \mid b \mid E \quad E \rightarrow aS \mid bCa \mid GG</math> <math display="block">B \rightarrow AC \mid Ba \mid E \quad F \rightarrow FB \mid CG \mid DFb</math> <math display="block">C \rightarrow \varepsilon \mid CC \mid GA \mid CBF \quad G \rightarrow aCF \mid GS \mid AGF</math></li> <li>Для следующей грамматики постройте эквивалентную в сильной нормальной форме Грейбах:  <math display="block">S \rightarrow SS \mid C \mid a \mid b, \quad C \rightarrow b \mid c \mid Sa.</math></li> </ul>	оценка 3 — умеет выполнять простейшие преобразования различных моделей языков, оценка 4 — умеет выполнять более сложные преобразования различных моделей языков, оценка 5 — умеет выполнять все основные типы преобразований различных моделей языков

## Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ОПК-3.1

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать основные свойства регулярных и контекстно-свободных языков	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Нахождение наименьшего решения системы уравнений с регулярными коэффициентами.</li> <li>• Минимизация конечных автоматов.</li> <li>• Теорема об изоморфизме минимальных автоматов.</li> <li>• Теорема Майхилла-Нероуда.</li> <li>• Теорема о композиции конечных преобразований.</li> <li>• Теорема Нива.</li> <li>• Теорема об увеличении размера конечного автомата при детерминизации.</li> <li>• Лемма о разрастании для регулярных языков.</li> <li>• Устранение пустых и недостижимых нетерминалов, пустых правил, цепных правил. Приведённые грамматики. Нормальная форма Хомского.</li> <li>• Устранение левой рекурсии. Нормальная форма Грейбах.</li> <li>• Лемма о разрастании для контекстно-свободных языков.</li> <li>• Лемма Огдена. Примеры неоднозначных контекстно-свободных языков.</li> <li>• Примеры недетерминированных контекстно-свободных языков.</li> <li>• Замкнутость класса детерминированных КС-языков относительно дополнения.</li> <li>• Неразрешимые проблемы для контекстно-свободных грамматик.</li> </ul>	оценка 3 — знает простейшие свойства регулярных и контекстно-свободных языков, оценка 4 — кроме того знает более глубокие свойства регулярных и контекстно-свободных языков, оценка 5 — кроме того знает доказательства перечисленных выше утверждений и корректности алгоритмов

## Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ОПК-3.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать стандартные способы формального задания языков.	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы.</li> <li>• Регулярные выражения.</li> <li>• Конечные преобразователи.</li> <li>• Порождающие грамматики. Иерархия Хомского.</li> <li>• Автоматы с магазинной памятью.</li> <li>• Детерминированные МП-автоматы.</li> <li>• Эквивалентность конечных автоматов, праволинейных грамматик и регулярных выражений.</li> <li>• Эквивалентность контекстно-свободных грамматик и автоматов с магазинной памятью.</li> <li>• Эквивалентность порождающих грамматик и машин Тьюринга.</li> </ul>	оценка 3 — знает основные модели для описания формальных языков, оценка 4 — кроме того знает эквивалентность различных моделей, оценка 5 — кроме того знает доказательства эквивалентности
Уметь строить контекстно-свободные грамматики и автоматы с магазинной памятью по описанию языка	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Постройте автомат с магазинной памятью, распознающий в обоих смыслах язык <math>L = \{ wxw^{-1} : w, x \in \{ a, b \}, x \text{ содержит подслово } aaa \}</math>.</li> <li>• Постройте контекстно-свободную грамматику, порождающую язык <math>L = \{ a^{i_1} b a^{i_2} b \dots b a^{i_n} : n &gt; 0, i_j &lt; i_k \text{ для некоторых } j &lt; k \}</math>.</li> </ul>	оценка 3 — умеет строить контекстно-свободные грамматики и автоматы с магазинной памятью, оценка 4 — кроме того умеет формулировать утверждения о построенной грамматике и автомате, оценка 5 — кроме того умеет доказывать сформулированные утверждения

## Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ОПК-3.3

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь строить конечные автоматы и регулярные выражения по описанию языка	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Постройте детерминированный конечный автомат, задающий следующий язык: все слова в алфавите <math>\{ a, b \}</math>, не начинающиеся на <math>ab</math> и имеющие нечётное число символов <math>b</math>.</li> <li>• Постройте регулярное выражение, задающее следующий язык: все слова в алфавите <math>\{ a, b \}</math>, начинающиеся на <math>ba</math> и не оканчивающиеся на <math>aa</math>.</li> </ul>	<p>оценка 3 — умеет строить конечные автоматы и регулярные выражения, оценка 4 — кроме того умеет формулировать утверждения о построенном автомате и выражении, оценка 5 — кроме того умеет доказывать сформулированные утверждения</p>

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1. Рекомендованная литература

#### а) Основная литература

- [1] Карлов Б.Н. Теория автоматов и формальных языков [Электронный ресурс]: учебник / Б. Н. Карлов ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет», Факультет прикладной математики и кибернетики. — Тверь: Тверской государственный университет, 2021. — Режим доступа: <http://megapro.tversu.ru/megaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=5026821>
- [2] Короткова, М.А. Задачник по курсу «Математическая лингвистика и теория автоматов»: учебное пособие для вузов [Электронный ресурс]: учеб. Пособие / М.А. Короткова, Е.Е. Трифонова. — Электрон. дан. — Москва: НИЯУ МИФИ, 2012. — 92 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/75843>. — Загл. с экрана.
- [3] Малявко А.А. Формальные языки и компиляторы [Электронный ресурс] / Малявко А.А. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 431 с.: ISBN 978-5-7782-2318-9 — Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=548152>

## б) Дополнительная литература

- [4] Марченков, С.С. Конечные автоматы [Электронный ресурс]: учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2008. — 56 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59510>. — Загл. с экрана.
- [5] Пентус А.Е. Математическая теория формальных языков [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.Е. Пентус, М.Р. Пентус. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2016. — 218 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/100633> — Загл. с экрана.
- [6] Федосеева, Л.И. Основы теории конечных автоматов и формальных языков [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Л.И. Федосеева, Р.М. Адилов, М.Н. Шмокин. — Электрон. дан. — Пенза: ПензГТУ, 2013. — 136 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/62703> — Загл. с экрана.

## 2. Программное обеспечение

Наименование помещений	Программное обеспечение
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Перечень программного обеспечения (со свободными лицензиями): Linux Kubuntu, KDE, TeXLive, TeXStudio, LibreOffice, GIMP, Gwenview, ImageMagick, Okular, Skanlite, Google Chrome, KDE Connect, Konversation, KRDC, KTorrent, Thunderbird, Elisa, VLC media player, PulseAudio, KAppTemplate, KDevelop, pgAdmin4, PostgreSQL, Qt, QtCreator, R, RStudio, Visual Studio Code, Perl, Python, Ruby, clang, clang++, gcc, g++, nasm, flex, bison, Maxima, Octave, Dolphin, HTop, Konsole, KSystemLog, Xterm, Ark, Kate, Kcalc, Krusader, Spectacle, Vim.

## 3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

- [1] ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://www.znanium.com>
- [2] ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru>
- [3] ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru>
- [4] ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>
- [5] ЭБС «Юрайт» <https://urait.ru>
- [6] ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
- [7] Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) [https://elibrary.ru/projects/subscription/rus\\_titles\\_open.asp](https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp)
- [8] Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

#### 4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- [1] Automata Theory Tutorial, [https://www.tutorialspoint.com/automata\\_theory/index.htm](https://www.tutorialspoint.com/automata_theory/index.htm)
- [2] Theory of Automata, Formal Languages and Computation, <http://www.learn-erstv.com/Free-Computer-Science-Video-lectures-ltv469-Page1.htm>
- [3] Московский центр непрерывного математического образования, <http://www.mccme.ru/>

#### VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

#### Примеры задач для подготовки к контрольным работам

1. Постройте конечный автомат, праволинейную грамматику и регулярное выражение, задающие следующий язык: все слова в алфавите  $\{ a, b \}$ , содержащие  $baab$  в качестве подслова и имеющие нечетное число символов  $a$ .
2. Докажите, что следующий язык не является регулярным: все слова в алфавите  $\{ a, b \}$ , в которых число символов  $a$  меньше числа символов  $b$ .
3. Постройте автомат с магазинной памятью и КС-грамматику, задающие язык, содержащий те и только те слова в алфавите  $\{ a, b \}$ , в которых число символов  $b$  больше числа символов  $a$  и которые содержат подслово  $bab$ .

4. Постройте приведенную грамматику, эквивалентную грамматике со следующими правилами:

$$S \rightarrow GE \mid 3A, \quad A \rightarrow EF \mid 3ABC \mid CC \mid F \mid 8, \quad B \rightarrow AC \mid 2B \mid S1A2 \mid EF, \\ C \rightarrow 4 \mid G \mid AB \mid DD \mid DS, \quad D \rightarrow \varepsilon \mid DA \mid 2GG, \quad E \rightarrow FG \mid 5SE \mid FF, \\ F \rightarrow EF \mid 3FF \mid 1SE \mid Q,$$

$$G \rightarrow H \mid KMG \mid 2K, \quad H \rightarrow 3MG \mid K \mid 4, \quad K \rightarrow HM \mid M \mid 3, \\ M \rightarrow 2P \mid 1PP \mid G \mid 2H, \quad P \rightarrow QQ \mid PP \mid E, \quad Q \rightarrow PQP \mid F \mid PQQ$$

Приведите получившуюся грамматику к нормальной форме Хомского.

5. Для следующей грамматики построить эквивалентную в сильной нормальной форме Грейбах:

$$S \rightarrow SS \mid C \mid 8 \mid 7, \quad C \rightarrow C5 \mid 3 \mid S7 \mid 9.$$

6. Докажите, что следующий язык не является контекстно-свободным:

$$\{ a^i b^j c^j \mid i = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots, i \}.$$

Этот язык включает все слова, в которых сначала идёт положительное число символов  $a$ , потом — такое же или меньшее число символов  $b$ , а потом — число символов  $c$ , совпадающее с числом символов  $b$ .

7. Докажите, что прообраз при гомоморфизме контекстно-свободного языка является контекстно свободным языком.

Указание: Сначала заметьте, что МП-автомат, построенный по грамматике в нормальной форме Грейбах, не делает пустых тактов (другими словами, не имеет правил вида  $q, \varepsilon, z \rightarrow p, \alpha$ ).

8. Докажите, что следующий КС-язык неоднозначен:

$$L = \{ a^n b^m a^m b^n : m, n > 0 \} \cup \{ a^n b^n a^m b^m : m, n > 0 \}.$$

9. Докажите неразрешимость следующей проблемы: по КС-грамматике  $G$  определить, является ли дополнение языка  $L(G)$  ограниченным контекстно-свободным.

## Требования к рейтинг контролю (5 семестр)

**Контрольная работа 1.** Темы: регулярные языки. Пример задания:

1. Постройте детерминированный конечный автомат, задающий следующий язык: все слова в алфавите  $\{ a, b \}$ , оканчивающиеся на  $bb$  и не содержащие  $ab$  в качестве под слова. Используя алгоритм минимизации, построьте по этому автомату эквивалентный ему минимальный автомат.
2. Для языка из задачи 1 построьте регулярное выражение.
3. Найдите наименьшее решение следующей системы уравнений и упростите получающиеся регулярные выражения.

$$x = (ba + a)x + a^*y + b$$

$$y = (a + \varepsilon)x + by + \varepsilon$$

4. Докажите, что следующий язык не является регулярным: все слова в алфавите  $\{ a, b \}$ , в которых число символов  $a$  больше квадрата числа символов  $b$ .

5. Пусть  $M$  — конечный автомат с  $n$  состояниями. Докажите, что язык  $L(M)$  бесконечен тогда и только тогда, когда существует слово  $w \in L(M)$  такое, что  $n \leq |w| \leq 2n$ .

За решение каждой задачи выставляется максимум 6 баллов.

**Контрольная работа 2.** Темы: контекстно-свободные языки. Пример задания:

1. Постройте автомат с магазинной памятью, распознающий в обоих смыслах язык

$$L = \{ x\#y \mid x, y \in \{ a, b \}^*, x \text{ содержит подслово } abb \text{ и } |x| > |y| \}.$$

2. Постройте контекстно-свободную грамматику, порождающую язык

$$L = \{ a^{i_1} b^{i_2} a^{i_3} b^{i_4} \dots b^{i_n} c^k : n > 0, i_j > 0, k \in \{ n, n + 1 \} \}.$$

3. Приведите следующую грамматику к нормальной форме Хомского.

$$S \rightarrow bFb \mid GB \qquad D \rightarrow SD \mid aD \mid DbC \mid DaFC$$

$$A \rightarrow Da \mid baS \mid bD \mid bb \qquad E \rightarrow BEE \mid B \mid ADb$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid DF \mid EB \qquad F \rightarrow AE \mid bGG \mid BG$$

$$C \rightarrow b \mid a \mid CS \mid aA \qquad G \rightarrow ba \mid AB \mid EE \mid DD$$

4. Докажите, что следующий язык не является контекстно-свободным:

$$L = \{ a^i b^j c^k : 0 < i^2 \leq j \leq k^3 \}.$$

5. Пусть  $\text{СУФ}(L) = \{ w : xw \in L \text{ для некоторого слова } x \}$ . Другими словами, слово входит в  $\text{СУФ}(L)$  тогда и только тогда, когда оно является суффиксом некоторого слова из  $L$ . Докажите, что если язык  $L$  контекстно-свободен, то язык  $\text{СУФ}(L)$  также контекстно-свободен.

За решение каждой задачи выставляется максимум 6 баллов.

**Общая сумма** В сумме за все задачи выставляет не более 60 баллов.

За ответ на экзамене выставляется максимум 40 баллов.

## VII. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

### Для аудиторной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 1л (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели.

### Для самостоятельной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели, доска маркерная, компьютер, сервер (системный блок), концентратор сетевой.

### VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п/п	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесённых изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1			
2			
3			